Caderno de resumos

Unicamp, 3 a 7 de dezembro de 2012

ORGANIZAÇÃO

SBM
Sociedade Brasileira de Matemática
IMECC
UNICAMP
CAPES
CNPq
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
FAPESP
FAEPEX

VI Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática

Unicamp, 3 a 7 de dezembro de 2012

Organização do Caderno de Resumos: Laura L. R. Rifo

Revisão: Gustavo Tasca

Caderno

de

Resumos

Sumário

Capítulo 1

Conferências

$3x + 1, (3x + 1)/2, \ldots$

L. Díaz, PUC-Rio, lodiaz@mat.puc-rio.br

Escolhemos um número ímpar n, o multiplicamos por 3 e somamos 1. Obtemos o número par $3n + 1$. Dividimos este número por dois sucessivamente até obter novamente um número ímpar. Então aplicamos o algoritmo anterior a este novo número ímpar.

A questão que consideramos é a seguinte: se continuarmos repetindo esta operação, alguma vez obteremos o número 1? De fato é conjeturado que isso sempre acontece (esta conjetura tem diversos nomes). Este problema aparentemente inofensivo contém um sistema dinâmico muito interessante. Discutiremos este problema e aproveitaremos para apresentar algumas noções de sistemas dinâmicos.

Bailarinas e prisioneiros

C.A. de Bragança Pereira, USP, cpereira@ime.usp.br

In this paper the Pair of Siblings Paradox introduced by Pereira (2006) is extended by considering more than two children and more than one child observed for gender. We follow the same lines of Wechsler et al (2005) that generalizes the three prisoners' dilemma, introduced by Gardner (1959).

This paper's conjecture is that the Pair of Siblings and the Three Prisoners dilemma are dual paradoxes. Looking at possible likelihoods, the sure (randomized) selection for the former is non informative (informative), the opposite that holds for the latter. This situation is maintained for generalizations. Non informative likelihood here means that prior and posterior are equal.

Como encontrar a melhor rota?

N. Garcia, Unicamp, nancy@ime.unicamp.br

Como encontrar o caminho mais curto entre dois pontos A e B evitando obstáculos pelo caminho? Esta é uma pergunta pertinente tanto para programadores de veículos autônomos em terrenos acidentados como para planejadores de vôos em áreas de turbulência. Podemos transformar esta pergunta em um problema de otimização com restrições.

Neste trabalho utilizamos uma modelagem em termos de métodos não paramétricos penalizados para estimação de curvas. Nosso método pode ser generalizado para diversas situações onde as observações não são determinísticas.

Equações elípticas do tipo Henon e Hardy

D. Guedes de Figueiredo, Unicamp, djairo@ime.unicamp.br

Discutimos o papel dos pesos dos tipos Henon e Hardy na questão de existência de soluções para equações e sistemas elípticos.

O quinto postulado de Euclides

J.L. Barbosa, Universidade Federal do Ceará, joaolucasbarbosa@terra.com.br

Apresentação do quinto postulado e seus equivalentes. Com isto a importância do quinto postulado se revela e abre-se uma janela para outras geometrias.

Ondas em fluidos

A. Nachbin, IMPA, nachbin@impa.br

Nesta palestra primeiramente darei uma visão panorâmica (e certamente incompleta) de inúmeros problemas físicos relacionados ao tema de Ondas em Fluidos. Em seguida, descreverei alguns problemas matemáticos que surgem deste tópico em Matemática Aplicada/Dinâmica dos Fluidos. Em particular, questões em EDPs (equações diferenciais parciais) e, se o tempo permitir, também em Análise Complexa (integrais singulares). O meu desafio é fazer esta palestra em um nível introdutório, de forma que um aluno de graduação tenha uma boa ideia da Matemática envolvida.

Porismos

N. Saldanha, PUC - Rio, saldanha@puc-rio.br

Vários teoremas de geometria são conhecidos como porismos. Um exemplo é o Porismo de Poncelet.

Sejam C_0 e C_1 elipses no plano, C_1 dentro de C_0, e defina uma função contínua $F : C_0 \to C_0$: dado p em C_0, trace a partir de p uma reta tangente a C_1 e seja $F(p)$ sua outra interseção com C_0. Então se $F^n(p) = p$ para algum p em C_0 então $F^n(p) = p$ para todo p em C_0.

Na palestra veremos alguns resultados deste tipo e suas demonstrações, que usam ferramentas variadas de matemática, às vezes elementar e às vezes avançada.

Princípio de Cavalieri e sistemas dinâmicos unidimensionais (o pesadelo de Fubini)

A. Tahzibi, ICMC - USP, ali.tahzibi@gmail.com

Primeiro vamos lembrar o Teorema de Fubini (um caso especial deste teorema é conhecido como princípio de Cavalieri) na Teoria da Medida e daremos atenção especial às hipóteses deste famoso teorema.

De fato, vamos convidar os participantes para um mundo onde as hipóteses do Teorema de Fubini não são satisfeitas. O fato é que para entrarmos neste mundo não precisamos apresentar exemplos sofisticados. Consideramos funções do intervalo [0,1] conhecidas por funções “tenda”. Definimos a noção de ergodicidade de medida de Lebesgue. Estudamos a frequência de visita da órbita de um ponto típico do intervalo, a um subintervalo de [0,1].

A seguir apresentaremos uma partição de quadrado unitário em curvas analíticas que “formam as cenas de um pesadelo para Teorema de Fubini.” Mais precisamente, vamos dividir o quadrado unitário em uma família de curvas e apresentaremos um subconjunto A do quadrado unitário de medida de Lebesgue total tal que a interseção de A com cada curva seja apenas um ponto! Analisando este exemplo encontraremos a famosa *escada de diabo* também.

Como curiosidades, se o tempo permitir, apresentaremos também brevemente os exemplos de alguns conjuntos "patológicos" como conjuntos de Nikodym que aparecem na Teoria Geométrica da Medida e comentaremos sobre o fato de que estes conjuntos aparecem em sistemas dinâmicos com muita frequência.

The conjecture 3x+1 and the limits of the mathematics

J. Llibre, Universitat Autònoma de Barcelona, jllibre@mat.uab.cat

The $3x + 1$ problem studies the behavior of the sequences of natural numbers which start with an arbitrary natural number x, and after it comes the number $3x + 1$ if x is odd, or $x/2$ if x is even.

The conjecture $3x + 1$ says that starting with any arbitrary natural x and constructing the mentioned sequence we shall reach the number 1. This conjecture was made at the beginning of 1930's.

A proof or a counterexample of this apparently easy conjecture has not been possible up to now. There are more than 150 articles published on it, there have had meetings dedicated exclusively to it, there are some books dedicated to it, ... At this moment we know that the conjecture is true for natural numbers smaller than 4035225266123964416. When I will talk about this conference this number will be increased.

Good mathematicians as Paul Erdös said on this conjecture: *The present mathematics is not ready for solving this type of problems.* Along the conference we shall do a brief survey on the present status of this conjecture, and we shall end seeing that Paul Erdös continues having reason.

Variable-length Stavskaya process: a new example of misleading simulation

A.D. Ramos, UFPE

F. Sinatra, UFPE

C.S. Sousa, UFPE

A. Toom, UFPE, andretoom@yahoo.com

This article is intended to help to figure out to which extent may we rely on computer simulations in the study of random processes. For this purpose we examine a new version of the well-known Stavskaya process, which is a discrete-time analog of the well-known contact processes. Like the bulk of random processes studied till now, Stavskaya is constant-length, that is its components do not appear or disappear in the course of its functioning.

The process, which we study here, is similar to Stavskaya; it is also discrete-time and its states also are bi-infinite sequences, whose terms take only two values, which we denote by "minus" and "plus", and the measure concentrated in the configuration "all pluses" also is invariant. However, the operator, called VarStav and studied here, is variable-length, which means that components may appear and disappear in the course of its functioning.

The operator VarStav is a composition of the following two steps.

The first step, called "birth", creates a new component in the state "plus" between every two neighboring components with probability β independently from what happens at other places.

The second step, called "murder", acts thus: whenever a plus is a left neighbor of a minus, this plus disappears (as if murdered by its right neighbor) with probability α independently from states of other components.

We prove for all $\alpha < 1$ and $\beta > 0$ that the process, that is the sequence of measures $\delta_\ominus(\textsc{VarStav})^t$ (the result of t iterative applications of VarStav to the initial measure $\delta_\ominus$ concentrated in the configuration "all minuses") tends to the measure $\delta_\oplus$ concentrated in the configuration "all pluses" as $t \to \infty$. Such behavior is often called ergodic. However, the Monte Carlo simulations and Chaos approximations, which we performed, behave as if $\delta_\ominus(\textsc{VarStav})^t$ tended to $\delta_\oplus$ much slower for some $\alpha,\ \beta \in (0,\ 1)$ than for some others. Based on these numerical results, we conjecture that VarStav has phases, but not in that simple sense as the classical Stavskaya process.

Capítulo 2

Minicursos

A geometria da esfera

C.A. Gomes, UFRN, cgmat@ccet.ufrn.br

I. Carvalho Diniz, UFRN, iesus@ufrnet.br

Quando temos o primeiro contato com a geometria, ainda na escola básica, trabalhamos com figuras que estão contidas sobre uma superfície plana; triângulos, quadriláteros, círculos, e muitas outras figuras geométricas. Aprendemos a determinar distâncias, calcular medidas de ângulos e de áreas, mas sempre de figuras planas . No ensino médio é apresentada a trigonometria, que entra como mais uma ferramenta (muito poderosa) para alcançar soluções de problemas geométricos que quase sempre ocorrem num plano. Ainda no ensino médio, temos um breve acesso a geometria espacial métrica, que naquela ocasião geralmente é resumida no cálculo de algumas áreas e de alguns volumes de figuras bem particulares.

Em contra partida o mundo em que vivemos não é plano; vivemos sobre a superfície terrestre que é,com uma razoável aproximação,uma superfície esférica. Diante disto é no mínimo razoável investigar que teoremas, da conhecida geometria plana, podem ser estendidos à uma geometria desenvolvida sobre a superfície de uma esfera. Neste minicurso Calcularemos distâncias, mediremos ângulos, áreas e mostraremos as versões das leis dos senos e dos cossenos para a geometria esférica. Por fim exploraremos a projeção estereográfica e a construção de mapas sobre a esfera e mostraremos algumas aplicações muito interessantes dos resultados estabelecidos.

A matemática de embaralhar cartas

M.R. Hilário, IM - UFMG, mhilario@mat.ufmg.br

R. Imbuzeiro Oliveira, IMPA, rimfo@impa.br

Em 1990 o famoso jornal americano *The New York Times* publicou um artigo no qual se dizia que sete embaralhadas são necessárias e suficientes para misturar bem um baralho com as 52 cartas habituais. O autor do artigo se referia a um teorema de Dave Bayer e Persi Diaconis publicado em 1992. Este resultado se tornou famoso não só pelo interesse de cassinos e jogadores, mas também pela matemática envolvida. Misturando Probabilidade com Combinatória Algébrica e Teoria de Representações de grupos finitos, estes autores abriram direções de investigação que suscitam grande interesse até hoje.

O objetivo do nosso curso é explicar a matemática relacionada ao embaralhamento de cartas de uma forma acessível e atraente. O curso terá um teorema principal, de Aldous e Diaconis, que diz que 12 embaralhadas bastam para 54 cartas e que dá estimativas similares para outros tamanhos de baralho. Provaremos este resultado integralmente e de forma auto-contida, partindo dos aspectos mais básicos da modelagem do embaralhamento. Também discutiremos, de maneira mais informal, como Bayer e Diaconis procederam para conseguir seu resultado mais forte. Por fim, apresentaremos um breve panorama de avanços recentes e problemas relacionados aos resultados dos artigos que citamos.

Além deste conteúdo matemático, também apresentaremos aos participantes um pouco da vida e da obra de Persi Diaconis. Co-autor dos dois artigos citados, Diaconis é uma das figuras mais singulares da Matemática e da Estatística, com interesses que vão desde métodos sofisticados de simulação até a mágica, que praticou profissionalmente antes de ingressar no doutorado. Se a Matemática do curso mostra a integração de diversas áreas, Diaconis demonstra, de forma muito idiosincrática, como as áreas e interesses matemáticos podem se misturar com a vida cotidiana.

Aplicação e exploração da tecnologia no ensino do Cálculo: os softwares Geogebra e o CAS Maple

F.R. Vieira Alves, IFCE, fregis@ifce.edu.br

Neste trabalho, apresenta-se uma proposta de mini-curso envolvendo a aplicação e situações de exploração da tecnologia no ensino de Cálculo e Análise Real. Damos ênfase ao uso dos softwares Geogebra e Maple. Assim, discutiremos alguns exemplos interessantes no Cálculo que, com um acréscimo de formalismo, admitem uma significação e interpretação imediata no contexto da Análise Real.

Ademais, com o Geogebra, proporcionamos uma interpretação geométrica, apoiando o raciocínio inicial do aprendiz, em busca de uma formalização. Por outro lado, no contexto do Cálculo a Várias Variáveis, que possui como fundamento a Análise no R^n, muitos conceitos importantes podem ser explorados de um ponto de vista menos algorítmico com arrimo do CAS Maple. Outrossim, a qualidade questionável dos livros de Cálculo preserva o caráter da memorização e aplicação automática de fórmulas e teoremas. A tecnologia pode atuar como fator de um entendimento conceitual e diminuição da força deste viés algorítmico-operacional.

Aritmética linear

R. Gondim, UFRPE, rodrigo@dm.ufrpe.br

G. Guedes, UFRPE, g.a.guedes@gmail.com

E. Naziazeno, UFPE, eudesnaziazeno@yahoo.com

B. Lopes, UFRPE

Aritmética é uma área milenar da Matemática que ocupa-se, principalmente, dos números inteiros; suas propriedades e das soluções de equações com coeficientes inteiros das quais buscam-se soluções inteiras. Estas equações são chamadas Equações Diofantinas (em homenagem ao Matemático Grego Diofanto). Trataremos de certas generalizações da obra do Diofanto, sobre equações, sistemas e inequações lineares para os quais buscam-se soluções inteiras. Geometricamente tais questões são a busca por pontos inteiros (com coordenadas inteiras) em ambientes lineares tais como retas, planos e polígonos ou mais geralmente interseções de hiperplanos.

No primeiro capítulo trataremos de equações e sistemas diofantinos lineares. Geometricamente estes correspondem ao problema de determinar pontos inteiros em interseção de hiperplanos. Utilizaremos uma versão "inteira" do método de eliminação de Gauss (chamado eliminação unimodular) para resolver os sistemas e interpretaremos geometricamente o resultado pela teoria geométrica dos reticulados.

No segundo capítulo trataremos do famoso problema do troco de Frobênius, que consiste em determinar quando certas equações diofantinas com coeficientes positivos possuem solução positiva. De forma lúdica o problema pode ser assim apresentado: qual a menor quantia que pode ser paga com notas de valores especificados e relativamente primos? Geometricamente consiste em determinar condições para que certos hiperplanos possuam pontos inteiros não-negativos. Aqui damos uma abordagem geométrica e algorítmica para um problema que possui solução apenas em casos particulares, mais precisamente, em dimensão baixa.

No último capítulo consideramos o problema de contar a quantidade de pontos inteiros em um polígono plano, esse problema é conhecido como problema inverso de Pick e tem um interessante apelo geométrico e algumas aplicações; por exemplo ele poderia ser utilizado para estimar o número de plantas em uma plantação.

Conexões extremas em ladrilhos hexagonais - Hex

I.M. Lucena da Silva, UFRPE, izabelly.silva@pgfa.ufrpe.br

A.S. do Nascimento Junior, UFPE, dicinhojuninho@hotmail.com

M. Mardone da Silva, UFPE, mario.mardone@gmail.com

E. Rocha da Silva, UFPE, eldaline_rocha@hotmail.com

O Hex é um jogo de profunda sutileza. Inicialmente inventado pelo matemático, físico e poeta dinamarquês Piet Hein em 1942. Depois em 1948 o matemático John Nash quando se preparava para o seu doutorado inventa o mesmo jogo sem saber e nem ter contato com a invenção de Piet Hein.

O jogo consiste em fazer conexões ao longo do tabuleiro feito de hexágonos, a fim de construir um caminho contínuo que ligue dois extremos do tabuleiro com peças do mesmo jogador. No jogo participam dois oponentes, sendo o ganhador quem conseguir construir o caminho primeiro.

Este minicurso busca: estudar e explicar estratégias vencedoras para garantir a vitória no hex para o primeiro jogador e em certas situações para o segundo também; formas diferentes de se jogar o hex; regras para tornar o jogo justo; teoremas e demonstrações; e finalmente tabuleiros equivalentes com verificação da equivalência.

Decodificação na presença do valor semântico do erro

L. Panek, lucpanek@gmail.com

Neste minicurso apresentaremos um exemplo detalhado de um esquema de codificação de informações não tradicional que gera melhores resultados, quando comparados com aqueles obtidos pelos decodificadores por máxima verossimilhança (ML), considerando as diferenças entre os diversos tipos de erros de decodificação. Em nosso exemplo o espaço de informações será composto por 16 tons de cinza. Estes tons de cinza serão codificados pelo código de Hamming binário de dimensão 4 e transmitidos por um canal binário simétrico, sendo decodificados de duas formas: uma usando um decodificador ML; outra usando um decodificador poset (induzido por uma ordem parcial). Para comparar a eficiência dos decodificadores simularemos diversas transmissões de imagens em escala de cinza. Como veremos, os resultados obtidos pelo decodificador ML não necessariamente serão melhores do que aqueles gerados pelo decodificador poset.

Para alcançarmos o nosso objetivo com o máximo de sucesso, apresentaremos inicialmente os conceitos básicos da Teoria da Informação e da Teoria dos Códigos, comentado na medida do possível os aspectos gerais destas teorias. Em especial, faremos uma breve introdução à Teoria dos Códigos Poset, introduzida recentemente por Brualdi, Graves e Lawrence.

Extensões de Grupos

M. Muniz S. Alves, UFPR, marcelomsa@ufpr.br

M. Makuta, UFPR, may.makuta@gmail.com

A partir de dois grupos K e Q podemos definir um novo grupo no produto cartesiano $K \times Q$, o produto direto, onde a operação é feita simplesmente coordenada a coordenada. Uma primeira generalização desta construção é considerar a operação em $K \times H$ "torcida" por uma ação de Q em K. Em ambos os casos tem-se K normal em G e $Q \simeq G/K$. No entanto, esta construção mostra que não é possível recuperar toda a operação do grupo apenas de K e Q, já que operações diferentes podem ser definidas no conjunto $G = K \times Q$.

Neste minicurso estudaremos o problema de classificar todos os grupos G obtidos a partir de dois grupos K e Q de modo que G esteja em bijeção com $K \times Q$ como conjunto, K seja normal em G e Q seja isomorfo ao quociente G/K; este é o problema de classificar as **extensões** de K por Q. Começaremos pelo produto semidireto, que vem de uma ação de Q em K, e depois abordaremos o problema mais complicado em que, além da ação, ainda há mais um "termo de correção", um 2-cociclo de $Q \times Q$ em H. Como aplicações, classificaremos os grupos de ordem 8, os grupos de ordem 20, e mostraremos como obter a arimética do relógio por meio de extensões de $\mathbb{Z}$ por $\mathbb{Z}_m$.

Funções complexas e o Teorema Fundamental da Álgebra

W. Seixas, UFSCar, seixas@ufscar.br

T. Alves Pianoschi, UniFEB, thaisaap@hotmail.com

As operações aritméticas definidas no conjunto dos números complexos e as funções complexas primitivas $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ são vistas como transformações $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$. Pode-se fazer uso de um critério de cores para visualizar estas transformações definindo uma aplicação contínua e bijetora entre o plano complexo e uma paleta de cores. Um sistema de paleta de cores que atende a estas necessidades é o sistema HSV (iniciais inglesas das palavras *Hue* (matiz), *Saturation* (saturação) e *Value* (valor)).

Pode-se definir uma superfície esférica de cores no padrão HSV da seguinte maneira. Os valores para a Matiz, Saturação e Valor irão variar entre 0 e 1. Define-se a distribuição de cores na esfera da seguinte maneira: a Matiz fixa o meridiano da esfera. Neste meridiano, fixado o Valor em 1 varia-se crescentemente a Saturação de 0 (no polo sul) até 1 (no equador) da esfera. A partir do equador, fixa-se a Saturação em 1 e varia-se agora a quantidade Valor de maneira decrescente de 1 até 0 (no polo norte). Ao plano complexo é associado de maneira biunívoca as cores da esfera HSV via projeção estereográfica. Vê-se assim que à origem do plano está associada a cor branca. Pontos no infinito tendem à tonalidade escura indo ao preto.

Uma aplicação interessante deste tratamento é que permite visualizar o Teorema Fundamental da Álgebra. Isto pode ser feito utilizando-se, por exemplo, os recursos gráficos do programa de computação simbólica MAPLE.

Linguagem matemática: em Roma, fale como os romanos; em Matemática, fale como os matemáticos

A.M. Dysman, UFF, annemichelle@id.uff.br

H.J. Bortolossi, UFF, hjbortol@vm.uff.br

Este minicurso, destinado, sobretudo, a alunos de graduação, professores da rede básica de ensino e outros interessados não especialistas em matemática, aborda os principais aspectos da linguagem e lógica matemáticas (conectivos, quantificadores, demonstrações, argumentos, etc.) de uma forma prática, isto é, voltada para o uso que delas fazem os matemáticos quando às voltas com demonstrações ou enunciações de proposições em seu cotidiano (portanto, apartada da apresentação de tabelas verdades e outros diagramas formais aos quais dificilmente um matemático recorreria em sua prática). Damos especial atenção às diferenças existentes entre o uso de certas expressões de forma coloquial e em linguagem matemática, pois identificamos confusões geradas pelos diferentes significados assumidos por certos termos em um ou outro contexto como fontes de grande parte dos equívocos que tanto prejudicam nossos estudantes em seus aprendizados.

Média aritmética: uma abordagem abrangente é necessária?

P.J. Magalhães Teixeira, UFF, Colégio Pedro II, pjuff@yahoo.com.br

Este Minicurso tem como objetivos caracterizar o que é Estatística, Estatística Descritiva, Inferência Estatística, variáveis, fazer uma ampla abordagem sobre seu ensino nos currículos da Educação Básica e em particular tratar de questões acerca do conceito de média aritmética em um conjunto de dados numéricos, com a proposição de atividades que visam ampliar o tratamento que habitualmente é apresentado nos livros didáticos atuais.

Muito embora o algoritmo de cálculo da média aritmética seja bastante simples e conhecido por uma enorme quantidade de indivíduos - até para quem não é um amante da matemática - muitos dos que a calculam (por diferentes razões) o fazem sem saber se utilizar do seu valor para uma detalhada análise em relação aos dados que permitiram o seu cálculo. Por conta disso surgem, então, algumas questões que serão levantadas para reflexões e discussões com o grupo, quais sejam: para que serve o cálculo da média aritmética? O valor da média aritmética sempre coincide com algum valor da amostra? Em que situações esses valores são iguais? Onde e como usar o seu valor? Em que situações o seu valor é necessário para analisar os dados de uma amostra? Estas e outras perguntas serão respondidas ao longo das situações propostas aos participantes.

Metodologia de construção de itens para avaliação de larga escala

M.L. Rabelo, Universidade de Brasília, rabelo@unb.br

O Brasil tem acumulado vasta experiência em processos de avaliação educacional de larga escala com a aplicação do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), da Prova Brasil, do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA), do Exame Nacional de Desempenho de Estudantes (ENADE) e, mais recentemente, com a criação da Prova Nacional do Concurso para o Ingresso na Carreira Docente. Para todos esses processos, elabora-se uma matriz de referência que sistematiza e orienta a construção de itens e também serve de suporte para a análise dos resultados de desempenho nos testes aplicados e para as devolutivas ou feedbacks. A matriz é o cerne orientador da concepção dos itens que compõem as provas/testes, com múltiplas implicações nos sistemas de avaliação educacional a que se destinam.

Para contribuir com a formação de professores para o melhor entendimento dos pressupostos teórico-metodológicos dos sistemas de avaliação, pretende-se discutir, neste minicurso, as concepções e finalidades das matrizes de referência para avaliação educacional e explorar a metodologia de construção de itens de múltipla escolha para avaliação de larga escala, focando-se na área de matemática, mas não se restringindo a ela. Serão também analisados os desempenhos de estudantes brasileiros em alguns itens de matemática aplicados em avaliações nacionais, a partir de informações oriundas da teoria clássica de testes e da teoria de resposta ao item.

Princípios de escolha em análise e topologia

S.G. da Silva, UFBA, samuel@ufba.br

J.P.C. de Jesus, IME-USP

Neste minicurso, discutiremos (e, em alguns casos, determinaremos exatamente) qual é a necessidade da ação de princípios de escolha para a obtenção de resultados bastante conhecidos de Análise e de Topologia. Os princípios de escolha que estaremos interessados em investigar são: o próprio Axioma da Escolha e algumas versões fracas do mesmo (tais como o Axioma da Escolha Enumerável).

Resultados que podem ser obtidos sem o auxílio de princípios de escolha também serão apresentados, bem como resultados que, na verdade, são equivalentes a princípios de escolha. Por exemplo, apresentaremos uma demonstração de que a asserção “Todo espaço topológico de base enumerável é separável" é equivalente ao Axioma da Escolha Enumerável.

Aspectos bastante estranhos do chamado "Modelo Básico de Cohen" (no qual falha o Axioma da Escolha) serão apresentados em detalhe; por exemplo, em tal modelo existe um número real x e uma função real de variável real f que é sequencialmente contínua no ponto x – mas *não é* contínua nesse ponto. Mais ainda, exibiremos em tal modelo um certo subconjunto de $\mathbb{R}$ que é tal que esse mesmo número real x está na aderência desse subconjunto mas – o que pode chocar o leitor – tal ponto *não é* limite de nenhuma sequência de pontos desse subconjunto!

A referência principal (em português) sugerida para este minicurso é a dissertação de mestrado do segundo autor, redigida sob a orientação do primeiro autor e disponível na Internet no banco de dissertações do Programa de Mestrado em Matemática da UFBA, PGMAT-UFBA
(http://www.pgmat.ufba.br/PG-MAT-UFBA/Banco_de_Dissetacoes.html).

Seis maneiras de salvar Hipasus da morte: a irracionalidade de $\sqrt{2}$

A.P. Chaves, UnB, apchaves@mat.unb.br

T. Porto, UFG - Campus Catalão, tpportto@gmail.com

A ideia de que os números racionais poderiam expressar qualquer número no universo, conforme a Escola Pitagórica pregava, foi derrubada. Segundo relatos, embora sem muita precisão, Hipasus de Metapotum, pertencente à Escola Pitagórica, teria feito uma descoberta sobre a existência de números incomensuráveis e esta teria lhe custado a própria vida.

Nesse novo universo, proposto por Hipasus, problemas algébricos, do tipo determinar um número que multiplicado por ele mesmo resulta em 2; e problemas geométricos como, por exemplo, qual o comprimento da diagonal de um quadrado cujos lados medem uma unidade de comprimento, passam a ter sentido e podem ser resolvidos. Em ambos os casos, a resposta é o número $\sqrt{2}$, que consiste em um número irracional.

No presente trabalho apresentamos seis maneiras diferentes de verificar a irracionalidade de $\sqrt{2}$, a saber:

- prova via teorema fundamental da aritmética;
- prova via frações irredutíveis;
- prova via princípio da boa ordenação;
- prova geométrica;
- prova analítica e
- prova via frações contínuas.

Sistemas dinâmicos: uma primeira visão

Alexandre Tavares Baraviera, IM-UFRGS, baravi@mat.ufrgs.br

Flávia Malta Branco, IM-UFRGS

Neste curso pretendemos iniciar uma discussão sobre sistemas dinâmicos em nível bastante elementar. A ideia é começar por algo sempre negligenciado (dada a sua simplicidade) que é a dinâmica em conjuntos finitos, passando depois para conjuntos infinitos enumeráveis. Uma das vantagens desse contexto é que pode-se falar, num nível bastante básico, do aspecto mensurável da dinâmica, uma vez que medidas em conjuntos enumeráveis são bem fáceis de se descrever. Por outro lado a dinâmica em conjuntos dessa natureza está longe de ser uma completa trivialidade: o problema de dinâmica conhecido como $3n + 1$ (mais precisamente: para uma função f definida sobre os naturais como $f(n) = 3n + 1$ para n ímpar e $f(n) = n/2$ para n par mostrar que a órbita periódica 1; 4; 2 é um atrator global), ainda em aberto, ilustra isso de forma bem clara.

Após introduzir conceitos e ideias básicas (como atrator, órbita periódica, ω-limite) pretendemos passar a conjuntos não enumeráveis, mais especificamente explorando o espaço de sequências de um alfabeto finito (o que permite um primeiro contato com um espaço métrico mais geral) e a dinâmica do shift, bem como a de alguns autômatos celulares; por fim, pretendemos exibir algo sobre dinâmica num intervalo da reta.

Sistemas impulsivos autônomos

M.C. Gadotti, UNESP-RC, martacg@rc.unesp.br

S.H.J. Nicola, UFSCar, selmaj@dm.ufscar.br

Diz-se que a evolução de um sistema é impulsiva quando o estado alterna períodos de variação contínua com instantes de descontinuidade, os impulsos. Estes correspondem a transições entre dois valores de estado em lapsos tão curtos que na prática são consideradas instantâneas. Um recurso para o estudo deste assunto são as equações diferenciais impulsivas, às quais preferimos chamar sistemas impulsivos, pois além das equações incluem condições externas para definir os impulsos.

São mais frequentes na literatura os sistemas impulsivos cujos instantes de impulso são dados. Tratam-se, portanto, de sistemas não autônomos, mesmo quando a equação diferencial envolvida seja autônoma.

Nosso objeto de estudo aqui é o caso, mais interessante a nosso ver, em que a equação diferencial é autônoma e os instantes de impulso, desconhecidos a priori, são aqueles em que o estado atinge certos valores específicos, em geral definidos por alguma condição geométrica. Assim, o sistema todo é autônomo e define um sistema dinâmico descontínuo. O objetivo deste minicurso é introduzir os sistemas impulsivos autônomos e apresentar alguns exemplos e aplicações. Consideramos de início sistemas impulsivos ordinários e, por fim, sistemas com retardamento.

Uma conexão entre geometria e álgebra: o grupo fundamental

O. Ocampo, USP, oeocampo@gmail.com

A. Santos, USP, anderpaiao@gmail.com

Este é um curso de nível introdutório sobre o grupo fundamental, um importante tópico dentro da Topologia Algébrica que tem aplicações em outras áreas da matemática, como por exemplo em geometria diferencial, análise real, variáveis complexas, sistemas dinâmicos, etc.

Historicamente, o grupo fundamental foi definido formalmente no texto *Analysis Situs* (1895) escrito pelo extraordinário matemático francês Henri Poincaré (1854-1912), conhecido como "o último universalista", isto é, contribuidor para o progresso de todos os ramos importantes da matemática. No entanto, antes disso, o conceito de grupo fundamental já tinha aparecido informalmente na Teoria de Superfícies de Riemann, nos trabalhos de Bernhard Riemann, Henri Poincaré e Felix Klein.

Inicialmente neste curso vamos introduzir a noção de grupo fundamental de um espaço topológico qualquer e daremos alguns exemplos. Uma segunda parte trata das aplicações, entre elas destacam-se: $\mathbb{R}^2$ não é homeomorfo com $\mathbb{R}^n$, para $n \geq 3$, o Teorema do ponto fixo de Brouwer, o Teorema de Borsuk-Ulam, o Teorema Fundamental da Álgebra, e uma caracterização de curvas fechadas simples em algumas superfícies.

Uma introdução à identificação de sistemas dinâmicos caóticos

K. Pedroso, UFV, kennedy.pedroso@ufv.br

Existe um grande interesse no estudo de soluções caóticas para sistemas determinísticos. No presente minicurso, vamos aprender a reconhecer o comportamento caótico em três situações:

a) Visual e manipulativa: um brinquedo caótico será utilizado com o intuito de evidenciar visualmente uma dinâmica caótica. O participante terá a oportunidade de manipular o brinquedo e isso vai sugestionar alguns questionamentos de cunho teórico;

b) Numérica: exemplos de sistemas dinâmicos caóticos serão tratados no software Maple. Mais uma oportunidade será dada ao participante de tentar identificar a dinâmica caótica;

c) Analítica: o método de Melnikov será apresentado para identificar soluções caóticas em sistemas perturbados. Trata-se de uma das poucas ferramentas analíticas importantes disponíveis para essa finalidade.

Exemplos completos com fundamentação rigorosa do método serão apresentados.

Haverá espaço para discussões e troca de experiências entre os participantes.

Variedades bandeira e teoria de representações

T. Macedo, IMECC-Unicamp, tmacedo@ime.unicamp.br

L. Rabelo, ICEx-UFJF, lonardo@ice.ufjf.br

Neste mini-curso nós abordaremos alguns tópicos em álgebras de Lie e grupos de Lie. Mais especificamente, apresentaremos a bela relação entre a teoria de representações de certas álgebras de Lie complexas e a geometria de grupos de Lie complexos e reais associados a ela.

O nosso objetivo principal é a demonstração de um teorema que afirma que as variedades bandeira G/B são variedades projetivas. Isto será feito através da utilização da teoria de representações e se dá no contexto das variedades complexas. Um objetivo subjacente consiste em estabeler este resultado para as variedades bandeira reais o que se traduz em identificá-las a certas subvariedades do espaço projetivo. A passagem do contexto complexo para o real ilustra a mudança do ponto de vista algébrico para o diferencial.

O curso consistirá de três aulas de duas horas e tratará de assuntos avançados de uma maneira elementar. Ele é recomendado principalmente para alunos no último ano de graduação em matemática. Mas também é indicado para pessoas interessadas em álgebra e geometria, principalmente nesta área multidisciplinar que é a teoria de Lie.

Capítulo 3

Oficinas

A mágica na matemática

I. Amazonas, UFRPE, belly_aa@yahoo.com.br

O nosso principal objetivo é apresentar uma proposta metodológica aos atuais e futuros professores e também para os participantes da VI Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, que possa vir a ser utilizada como recurso para o ensino de Matemática no ensino fundamental e médio.

Oferecer aos participantes da oficina sugestões de atividades que apresentem a Matemática de uma maneira lúdica, a fim de tornar suas aulas mais interessantes no ponto de vista dos alunos.

Na oficina serão trabalhados conceitos relativos a: operações básicas, propriedades de aritmética, geometria euclidiana e raciocínio lógico.

É importante ressaltarmos que a utilização de atividades lúdicas como instrumento auxiliador nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática pode proporcionar resultados satisfatórios, visto que possibilita a aproximação do aluno com a disciplina, minimizando barreiras e conceitos preexistentes. Além disso, esse tipo de atividade pode contribuir de maneira significativa para o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e da capacidade de abstração.

A matemática das pipas tetraédricas de Alexander Graham Bell

H. Bortolossi, UFF, hjbortol@gmail.com

J.J. Dias Bastos Queiroz

No início do século XX, uma das questões que confrontavam os cientistas da época era sobre a possibilidade de se construir aparatos voadores grandes e estáveis o suficiente para levar um homem aos céus e trazê-lo de volta em segurança. Alexander Graham Bell propôs um aparato voador (uma pipa) que, de fato, conseguiu transportar um homem. A ideia de Bell: usar tetraedros regulares como células das estruturas de suas pipas.

Nesta oficina apresentamos um conteúdo digital educacional de caráter lúdico que, através de modelos concretos e virtuais, explora os aspectos matemáticos (questões de contagem, semelhança, proporcionalidade, áreas e volumes relacionados com a justaposição de tetraedros; o princípio da similitude de Galileu Galilei) das pipas tetraédricas inventadas por Bell.

A atividade faz parte de uma coleção de conteúdos educacionais digitais elaborados pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal Fluminense. Eles são gratuitos, rodam em qualquer plataforma e fazem parte do Projeto de Produção de Conteúdos Educacionais Digitais para o Ensino Médio promovido pelo MEC/MCT (http://www.uff.br/cdme/).

Circunferência e círculo: um estudo com criações divertidas e jogos

A.V. Veloso Silva, UNIMONTES, a_da_lton@hotmail.com

H.K. Pereira Alkimim, UNIMONTES, hellenkarinaalkimim@hotmail.com

J.F. Franco Ribeiro, UNIMONTES, fariafrancojeane@yahoo.com.br

M.R. Alves, UNIMONTES, rachelalves.moc@hotmail.com

S. Diamantino França, UNIMONTES, sildiamantino@gmail.com

S. Mendes Medeiros, UNIMONTES, simonem16_@hotmail.com

No ensino de matemática foi predominante durante muito tempo o uso de aulas expositivas sem a participação do aluno. Este memorizava os conceitos e reproduzia o que lhe foi exposto. Hoje, estudos na área de educação matemática, influenciam outros meios de ensino e a realidade começa a mudar. O desenvolvimento de oficinas com materiais manipulativos é um excelente recurso didático para o ensino de Matemática. Sobre o uso de materiais manipulativos nas aulas de matemática, Carvalho (1990) afirma que na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam.

Esta oficina foi desenvolvida por acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da UNIMONTES, bolsistas do subprojeto Geometria Dinâmica, dentro do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docencia (PIBID/UNIMONTES). A atividade pode ser desenvolvida em qualquer ambiente de aprendizagem equipado com mesas e cadeiras suficientes para os participantes.

Propõe-se trabalhar a partir das construções da circunferência e do círculo, análise, inferência e generalização de conceitos utilizando recursos manipuláveis como alfinetes, papel cartão, lápis, barbante, folhas A4 e palitos de picolé. Elementos da circunferência e do círculo serão aqui tratados de uma maneira diferenciada. Espera-se que o participante consiga, através do estudo, aprofundar seus conhecimentos no que se refere à diferenciação entre círculo e circunferência e visualize seus elementos que são, entre outros, objetivos da oficina.

Construindo um laboratório sustentável

L. Silva, LEMAT - UFPE, NQC1986@hotmail.com

A. Ferreira, LEMAT - UFPE, sandra_matematica89@hotmail.com

G. Campos, LEMAT - UFPE, gesica.campos@bol.com.br

A. Araujo, DMAT - UFPE, meireles@dmat.ufpe.br

Construindo um Laboratório Sustentável é uma oficina produzida pelos monitores do Laboratório de Ensino da Matemática da UFPE (LEMAT - UFPE) que tem por objetivo promover a utilização de jogos matemáticos nas escolas de forma sustentável. Sendo a palavra sustentável empregada em dois sentidos, o primeiro é a reutilização de materiais para confeccionar alguns jogos e o segundo é na difusão de ideias que ajudem a tornar permanente o jogo matemático na escola.

Para tanto, na oficina será orientada a construção de jogos com materiais de baixo custo, sendo repassado um pouco da filosofia do LEMAT - UFPE, a de incentivar o aluno a ser um construtor de conhecimentos tendo uma presença ativa com relação aos jogos. Durante os trabalhos realizados na oficina, haverá uma grande quantidade de jogos, dentre eles: Tangram, Stomachion, Jogo dos Cavalos, NIM, Mancala, Torre de Hanoi, Poliedros.

Será dada uma maior ênfase a construções com material de baixo custo e reutilizáveis desenvolvidas no LEMAT - UFPE por seus professores e monitores, o que ajudará a concretização da ideia da possibilidade de se trabalhar jogos matemáticos nas escolas de forma sustentável. Durante toda oficina, além da construção dos jogos, serão orientados os estudos de alguns desses, os quais poderão ser utilizados em escolas conforme sejam feitas as reformulações pelos professores.

Dobras, cortes, padrões... fractais no ensino de matemática

A.N. Gomes, IFSULDEMINAS - UNICAMP, antonio.gomes@ifs.ifsuldeminas.edu.br

J.A. Salvador, UFSCar, salvador@dm.ufscar.br

Propomos um passeio para observação, registro e estudo dos fractais na natureza, na própria sala de aula e na escola. A observação das nuvens, montanhas, árvores, uma samambaia, cristais e flocos de neve... Todas estas observações nos farão ver além da beleza intrigante que se nos apresenta.

As verdadeiras obras de arte da natureza são motivos suficientes para nos levar a uma vislumbrante especulação científica que pode atrair a curiosidade e nos mobilizar para a construção de conhecimentos significativos.

Apresentamos atividades lúdicas com dobras e cortes, observação de padrões, simetrias e semelhanças. A partir delas definimos e construímos figuras fractais para a motivação e o aprendizado significativo de vários conceitos matemáticos propiciando o gosto pelas ciências e matemáticas.

Para isso, começaremos com simples problemas de dobraduras de papéis onde discutiremos sobre grandezas e sua mensuração.

A seguir expomos algumas construções fractais clássicas com alguns questionamentos que podem ser abordados na Educação Básica.

Finalmente propomos a confecção de um Cartão Fractal de Natal, que pode ser desenhado, dobrado e recortado em papel macio branco ou colorido, ou com materiais reaproveitados como os de revistas e jornais. Neste cartão também exploraremos diversos conceitos matemáticos.

As atividades propostas para a oficina requerem um número pequeno e acessível de materiais, o que destacamos por ser de fácil implementação em propostas em sala de aula da Educação Básica e Pública.

Fractais: uma abordagem da matemática do ensino médio no GeoGebra

S.E. Vielmo, UFSM, sandravielmo@smail.ufsm.br

F. Dalberto, UFSM, francelidalberto@gmail.com

A partir do tema gerador fractais, nesta oficina serão desenvolvidas atividades computacionais e matemáticas associadas particularmente aos fractais Triângulo de Sierpinski e Floco de neve de Koch.

Em relação às atividades computacionais será utilizado o software GeoGebra, onde serão implementadas algumas iterações para a construção geométrica destes fractais.

A partir da construção geométrica, caracterizada por um processo iterativo, serão propostas atividades matemáticas que propiciem a oportunidade de escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma ideia intuitiva do conceito de limite, além de trabalhar com progressões geométricas e funções exponencial e logarítmica.

Relativo às progressões geométricas e funções exponenciais observa-se que para uma iteração n qualquer, as potencias em função de n descrevem progressões geométricas e quando estendidas para o caso contínuo, descrevem funções exponenciais em um domínio real.

Desta forma, o objetivo principal desta oficina é contribuir no desenvolvimento de novas práticas e experiências pedagógicas aos participantes no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Funções trigonométricas e análise de Fourier

W.M. Rezende, UFF, wmrezende@id.uff.br

D.U. Pesco, UFF, dirceuesu@gmail.com

H.J. Bortolossi, UFF, hjbortol@gmail.com

Nesta oficina, vamos explorar as ideias básicas que compõem a Análise de Fourier, um saber matemático que tem várias aplicações em diversas áreas e profissões. A Análise de Fourier é usada no estudo de sinais: funções que trazem consigo informações sobre o comportamento ou a natureza de um fenômeno que varia com o tempo ou com o espaço. Sons são exemplos de fenômenos que geram sinais: ondas sonoras produzem variações de pressão cujos valores mudam com o tempo. Esses valores podem ser convertidos em sinais elétricos através de um microfone. Um computador pode então converter esses sinais elétricos em números e exibir o gráfico do sinal correspondente.

Informática na matemática: computação simbólica no ensino médio com o software gratuito GeoGebra

D.U. Pesco, UFF, dirceuesu@gmail.com

H.J. Bortolossi, UFF, hjbortol@gmail.com

W.M. Rezende, UFF, wmrezende@id.uff.br

Sistemas de Computação Simbólica são softwares matemáticos que permitem lidar com símbolos e obter respostas exatas para muitos problemas matemáticos, como a fatoração de números inteiros e polinômios, operações com matrizes (incluindo produtos, cálculo da inversa e determinantes), resolução de sistemas lineares e não-lineares de equações, operações com números complexos, simplificações de expressões (incluindo aquelas envolvendo funções trigonométricas), cálculo de limites, derivadas e integrais, resolução de equações diferenciais, etc.

Cálculos aproximados podem ser feitos com um número arbitrário de dígitos (limitado apenas pela memória do computador). Todos estes atributos fazem de um sistema de computação simbólica um laboratório excepcional para o desenvolvimento, ensino e aprendizagem da matemática.

Nesta oficina exploraremos os recursos de computação simbólica do software gratuito GeoGebra através de uma sequência de exercícios orientados para a matemática do Ensino Médio. Esperamos que o participante da oficina aprecie as potencialidades e perceba as limitações desse tipo de ferramenta.

Integração via quadraturas gaussianas utilizando o software R

S.C. Broch, IFFarroupilha, siomarabroch@jc.iffarroupilha.edu.br

D.F. Ferreira, UFLA, danielff@dex.ufla.br

Esta oficina tem por objetivo apresentar a teoria da integração numérica utilizando quadraturas gaussianas e fazer uso do pacote "*statmod*" do software R para aplicação. Integrar numericamente uma função, num dado intervalo, consiste em integrar um polinômio que aproxime satisfatoriamente a função e que seja de fácil manuseio, tornando a integração possível. É um recurso utilizado quando o uso das técnicas de integração conhecidas no cálculo diferencial e integral é inviável de ser aplicado. A fórmula de quadratura aproxima a integral usando uma combinação linear dos valores da função, ou seja, faz uma soma ponderada dos valores da função em pontos específicos no domínio de integração. A localização dos pontos utilizados na integração, o grau e o tipo do polinômio interpolador são parâmetros que caracterizam o tipo de quadratura que está sendo aplicada.

No primeiro encontro serão apresentadas as características da integração numérica e dos principais tipos de integração gaussiana: Legendre, Chebyshev, Hermite e Laguerre. No segundo encontro será apresentada a rotina do software R que determina os pontos e os pesos de cada quadratura e serão desenvolvidas funções para resolver diversas integrais por quadraturas gaussianas utilizando esta rotina. Optou-se pelo software R para utilizar a rotina relativa às quadraturas gaussianas por ser um programa de livre distribuição e código fonte aberto.

Introdução ao pensamento matemático

C. de Souza Fernandez, UFF, gancsfz@vm.uff.br

Por acreditar que parte da dificuldade encontrada, em disciplinas de conteúdo matemático, pelos alunos de vários cursos em Ciências Exatas, como Engenharia, Ciência da Computação, Física e, principalmente, Matemática, não está na compreensão e utilização de conceitos matemáticos, mas no domínio da linguagem e dos raciocínios básicos necessários para assimilar e expressar o conhecimento sobre esses conceitos, esta oficina se destina a todos aqueles que cursam disciplinas de conteúdo matemático, tendo como objetivo dar ao participante uma iniciação ao método de argumentação usado em matemática: o método dedutivo.

Serão explicados, comparados e exemplificados alguns tipos usuais de demonstrações matemáticas. Para afirmações enunciadas como implicações, abordaremos o método de demonstração direta, o método de demonstração por contraposição e o método de demonstração por absurdo. E para afirmações não enunciadas como implicações, abordaremos o método de demonstração de afirmações existenciais e de afirmações de universalidade, introduzindo os quantificadores existencial e universal. Finalizaremos nossa oficina com o Princípio de Indução Finita e algumas de suas inúmeras aplicações, como o Binômio de Newton, visto no Ensino Médio, e a apresentação de definições por recorrência, vistas também no Ensino Médio no caso particular das progressões aritméticas e progressões geométricas.

Matemática e cartografia: uma abordagem para sala de aula

F. Matos Garbin, IME-USP, flavio.garbin@yahoo.com.br

C. Cerri, IME-USP, cerri@ime.usp.br

A cartografia, arte de fazer mapas, é um tema atraente e motivador para o professor trabalhar em sala de aula diversos conceitos matemáticos, dentre eles elementos da geometria plana, da geometria esférica, de projeções e da trigonometria. Entre os mapas mais conhecidos temos o de Mercator, criado por Gerhard Kremmer (1512-594). Esse mapa tornou-se importante por facilitar a construção de rotas (linhas de rumo), possibilitando, na época de sua invenção, grandes avanços para as navegações.

Ao se construir um mapa do planeta Terra ou de parte dele é necessário ter clara a ideia de que é preciso representar algo que está sobre uma superfície esférica em um plano. Em 1775, Euler provou que a planificação da esfera é impossível. No entanto, é possível obter representações do globo terrestre ao projetá-lo sobre um plano. Essas projeções ou mantém a área ou a forma ou as distâncias em proporção com a realidade. Assim, para que seja possível construir um mapa do planeta Terra é necessário compreender como se caracterizam esses elementos sobre a esfera e quais são as distorções causadas na projeção devido à diferença de curvatura entre as superfícies esférica e plana.

Nesse contexto, a oficina pretende explorar os elementos do globo terrestre, definido como uma esfera, e a construção de alguns mapas.

Modelagem de mínimos quadrados no ensino médio

A. Camargo, IME-USP, andreuler@yahoo.com.br

Matemática é uma das áreas mais importantes do conhecimento e, ao mesmo tempo, uma das disciplinas mais incompreendidas. Professores frequentemente são questionados sobre a sua aplicabilidade do ponto de vista prático, mas a falta de aplicações interessantes no nível do ensino médio pode ser muito desestimulante. Esse parece ser o caso dos sistemas de equações lineares. Por exemplo, a seguinte questão foi extraída de um dos exames da FUVEST e representa uma típica aplicação da teoria de sistemas equações lineares no nível do ensino médio:

"FUVEST(2008) João entrou na lanchonete BOG e pediu 3 hambúrgueres, 1 suco de laranja e 2 cocadas, gastando R$ 21,50. Na mesa ao lado, algumas pessoas pediram 8 hambúrgueres, 3 sucos de laranja e 5 cocadas, gastando R$ 57,00. Sabendo-se que o preço de um hambúrguer mais o de um suco de laranja, mais o de uma cocada totaliza R$ 10,00 calcule o preço de cada um desses itens."

Embora esse exemplo possa contextualizar de fato uma situação real, é muito pouco provável encontrar alguém que realmente precise resolver esse problema para obter algum benefício (seria muito mais fácil perguntar os preços ao garçom). Por outro lado, modelos de previsão são úteis em diversas áreas do conhecimento incluindo economia, ciências naturais, engenharia, etc.

Nesta oficina iremos apresentar os conceitos básicos do método dos Mínimos Quadrados utilizando somente elementos de matemática abordados no ensino médio. O objetivo é estimular os estudantes secundaristas e afins ao estudo dos sistemas de equações lineares por meio da sua aplicação à modelagem matemática de fenômenos reais. Trabalharemos em paralelo com a teoria do método dos Mínimos Quadrados e a sua aplicação a conjuntos de dados reais, com o auxílio do programa de computador Microsoft Excel.

Oficina do projeto Klein de matemática em português para professores do ensino básico

YY. Baldin, UFSCar, yuriko@dm.ufscar.brl

Dentro do Projeto Klein de Matemática em português (www.sbm.org.br), a realização de Oficinas com a participação de professores do Ensino Médio ocupa posição fundamental. As oficinas vêm acontecendo desde 2011 em diversas regiões do país, inclusive dentro das programações de eventos científicos. A Oficina Klein é idealizada para ser realizada em um dia, com duração de 7 horas.

Os objetivos principais da Oficina são:
- Estudar os artigos Klein selecionados a fim de fornecer subsídios para adequação dos artigos ao público alvo do Projeto, constituídos por professores do Ensino Médio;
- Estabelecer conexões entre os temas dos artigos e a matemática da escola básica, identificando temas secundários necessários para complementar os artigos.

O estudo é realizado em grupos e segue um roteiro fornecido para análise de pontos importantes dos artigos. Como resultado da oficina, os grupos apresentarão relatórios sobre os roteiros respondidos.

Os artigos Klein são pequenos textos escritos especialmente para professores, com conteúdo matemático significativo que tenha informações e aplicações que sejam de alcance e interesse dos professores. Esta oficina segue o roteiro e a dinâmica das outras já realizadas em diversas regiões do país para estimular o envolvimento de todos os interessados na melhoria da formação matemática de professores do ensino médio. Cabe observar que o modelo brasileiro da Oficina Klein está influenciando outros países que desenvolvem e contribuem para o projeto internacional da ICMI-IMU, The Klein Project for 21st century.

Palmitos & da Vinci: do concreto ao digital - inspirações para movimentos articulados e parametrização de curvas com o GeoGebra

D. Lieban, IFRS-BG, diegolieban@yahoo.es

Rabiscar, construir e formalizar são condições fundamentais para o ensino e aprendizagem de matemática, mas se o fizermos dinamicamente, potencializamos o êxito nessas tarefas. Deixemos de lado um pouquinho o quadro-negro e o giz e vamos discutir, a partir de duas práticas desenvolvidas pelo professor autor, inspiradas em um modelo contextualizado e na obra de Leonardo Da Vinci, como trabalhar conceitos diversos explorando ferramentas não convencionais do software de geometria dinâmica GeoGebra. Da parametrização de pontos à lógica booleana, a ideia é que com as atividades propostas seja possível revisitar, sobretudo, o universo da geometria clássica, em duas e três dimensões, com o auxílio, naturalmente, da geometria analítica. Especificamente, serão explorados recursos de construção de elementos de giro em 2D e 3D e uso de condicionais para gerar efeitos visuais ilusórios, atrativos e convenientes. Espera-se que, com essa proposta, os participantes da oficina sintam-se encorajados a construir seus próprios modelos, avaliando sempre que possível as estratégias utilizadas e procurem analisar as alternativas que minimizem a complexidade da construção, bem como o seu potencial em explorar os conceitos matemáticos envolvidos.

Seções cônicas: construções geométricas com o GeoGebra

I. Farias Ferreira, UFSM, inesfferreira10@gmail.com

L. Dalmolin, UFSM, lauradalmolin3@gmail.com

L. Kuister Xavier, UFSM, luana.k.xavier@hotmail.com

Esta oficina pedagógica visa fornecer uma contribuição no estudo das seções cônicas, abordadas tanto no Ensino Médio como no Ensino Superior, tendo como ferramenta de apoio o aplicativo GeoGebra.

A oficina será composta por atividades que permitam aos participantes manipular diversos comandos disponíveis no aplicativo e que estão relacionados ao tema. Inicialmente, será feita uma breve discussão sobre o uso de recursos computacionais no ensino de matemática, dando ênfase ao uso de softwares livres desenvolvidos dentro da perspectiva de ambientes dinâmicos. Ainda, serão destacadas algumas características do aplicativo GeoGebra, justificando sua escolha para este trabalho. Posteriormente, será realizada uma breve descrição acerca da definição e elementos de cada uma das seções cônicas (elipse, hipérbole e parábola). Em seguida, serão desenvolvidas atividades de obtenção do lugar geométrico de cada uma das cônicas a partir de suas respectivas definições e, após, serão realizadas atividades de construções geométricas e validação de algumas propriedades decorrentes.

Juntamente ao desenvolvimento passo a passo das construções geométricas, serão feitas discussões teóricas envolvendo definições e resultados provenientes da geometria euclidiana, os quais embasam o estudo das seções cônicas.

Simulação de problemas de probabilidade com o software KTurtle

L. Barichello, PUC-Campinas, barichello@gmail.com

R.S. Guimarães, PUC-Campinas, guimaraes.rita@gmail.com

O software KTurtle é um dos muitos descendentes da linguagem de programação LOGO, criada na década de 60 por pesquisadores do MIT com o objetivo de levar a programação de computadores até as escolas.

O principal objetivo da oficina é mostrar como é possível utilizar, de maneira simples, o software KTurtle para criar simulações para problemas de probabilidade cujos resultados contrariam o senso comum. Complementando assim a abordagem teórica de problemas que são viaveis em termos de conteúdo e podem ser motivadores para alunos desde o Ensino Fundamental ate o Ensino Superior.

Portanto, estaremos focando a oficina em conteúdos relacionados a probabilidade, porém, para que isso seja possível será necessário fazer uma apresentação geral do funcionamento e comandos do KTurtle, garantindo assim o objetivo secundario de familiarizar os participantes com algumas das potencialidades desse recurso educacional, com a dinâmica que a sua utilização pode criar em sala de aula e com ideias básicas de programação de computadores.

Soroban e o ensino da matemática para pessoas com deficiência visual

C. Cintra, Unifal-MG, cristiane.uai@oi.com.br

D. Felício, Unifal-MG, d.felicio@hotmail.com

A presente oficina é resultante do Trabalho de Conclusão de Curso de Matemática, desenvolvido na Unifal-MG e tem como objetivo apresentar as formas de utilização do Soroban adaptado para pessoas com deficiência visual para a realização da adição e subtração pelas técnicas oriental e ocidental. Por meio desse estudo, observou-se que o ensino da Matemática fundamentado em aulas expositivas e teóricas, às quais giram em torno de estímulos visuais pode ser desfavorável à compreensão dos conteúdos por parte de alunos com DV. Sendo assim, o material didático concreto, manipulável, assume um papel efetivo no processo de ensino-aprendizagem para esses alunos.

O Soroban, ou ábaco japonês, é um instrumento de cálculo que estimula a coordenação motora, desenvolve o raciocínio lógico e a memória, e necessita mais de estímulos táteis do que visuais para ser operado. Portanto, pode ser uma importante ferramenta, com finalidade educativa, capaz de contribuir para o ensino e a aprendizagem, por exemplo, da Aritmética, para estudantes com deficiência visual. Muito embora o Soroban tenha sido adaptado para cegos no Brasil na década de 1940, este instrumento só passou a ser usado recentemente, o que demanda novos estudos sobre sua contribuição em sala de aula. Além disso, a maioria dos professores de matemática desconhece a forma de utilizá-lo e tampouco sabe que seu uso deve ser disponibilizado pelo sistema de ensino como é garantido pelo MEC. Portanto, difundir o conhecimento sobre a utilização do Soroban entre os professores é imprescindível no momento em que a rede de ensino brasileira passa por modificações para se tornar um sistema verdadeiramente inclusivo.

Capítulo 4

Comunicações

A evolução da matemática mediada pelo estudo dos três problemas clássicos da geometria

M.F. Bollauf, UNICAMP, maiarabollauf@gmail.com

E.B. de Figueiredo, UDESC, dma2ebf@joinville.udesc.br

R. Miarka, UNESP, romiarka@gmail.com

Conhecer as origens da Matemática moderna é essencial ao seu estudo e entendimento, tendo em vista sua extensa trajetória de descobertas. A isso se aplica a compreensão dos três problemas clássicos da Geometria, sendo eles: a Quadratura do Círculo, a Trissecção do Ângulo e a Duplicação do Cubo. É importante citar que essas construções demandavam o uso apenas de uma régua sem marcas, um compasso que se desmontava ao ser retirado do papel (chamado de compasso euclidiano) e de finitas operações. Tais problemas datam do período dos Pitagóricos e Pré-Platônicos e fomentaram o desenvolvimento da Geometria ao longo dos séculos. Contudo, mesmo com a negação de muitos matemáticos em aceitar a relação de áreas distintas da Matemática, foi somente com o auxílio da Álgebra que as soluções foram definitivamente encontradas. A pergunta que move essa investigação é: como a busca pela (impossibilidade de) solução dos três problemas clássicos contribuiu para o desenvolvimento dessas grandes áreas da Matemática? Motivados por esse espírito, percorreremos as entrelinhas da história da Matemática para refletir, discutir e apresentar as sutilezas presentes em construções aparentemente tão simples como as sugeridas pelos três problemas clássicos da Geometria.

A fotografia: uma proposta de estudo de geometria e álgebra

T. Paiva, EMFSA, vieirataty@yahoo.com.br

A. Lima, UESB, arvrete@hotmail.com

C. Araújo, UESB, carolina.uesb@hotmail.com

N. Leite, UESB, naianna.leite@hotmail.com

K. Oliveira, UESB, kahuesb@hotmail.com

W. Cunha, UESB, wallacejtcunha@hotmail.com

Muitas vezes por ser apresentada de forma abstrata e distante da realidade, a matemática é considerada um desafio para o aprendizado dos alunos. Para tentar modificar esse olhar para essa disciplina, o PIBID de Matemática - Subprojeto do Ensino Fundamental de Vitória da Conquista discutiu e promoveu atividades que relacionaram a matemática estudada nos livros com objetos, imagens e tecnologias que fazem parte do dia-a-dia dos estudantes.

A oficina de fotografia promovida juntamente com o Subprojeto de Português e ministrada pelo fotógrafo Vivaldo Leão Rocha, o "Sabiá", estimulou os bolsistas a elaborarem uma oficina que utilizou a matemática da fotografia, desde o princípio da câmera fotográfica até a leitura e o tratamento de imagens realizado com recursos computacionais. A história da fotografia demonstrou que a matemática foi utilizada desde as primeiras tentativas de captação de imagens.

Na observação da imagem projetada dentro da câmera escura exploraram semelhança de figuras, uma vez que a imagem invertida que surge dentro da câmera é semelhante à imagem real. Também na comparação destas duas imagens, a real e a projetada, a presença dos elementos do Teorema de Tales possibilitou a exploração desse conteúdo. Na leitura de imagens, diversos conteúdos matemáticos puderam ser explorados como formas geométricas, diagonais e perspectiva proporcionando discussões a respeito dos objetivos dos fotógrafos e a escolha do posicionamento das imagens de acordo com esses objetivos. O uso de um software de edições de imagens proporcionou a experimentação das propriedades das proporções, entre outros.

A real analysis approach to Fourier series

F. Auil, EACH-USP, auil@usp.br

Vitali introduced a condition of sufficiency for completeness of an orthonormal system in $L^2(X, \mathcal{A}, \mu)$. He assumes that $\mu(X) < \infty$, and, in fact, $X \subset R$, and $\mu =$ Lebesgue measure. This condition was generalized by Sansone for the same situation but $X \subseteq R$ without requirement of finite measure.

We give a direct and short proof of the Sansone result, valid for the case of a general σ-finite measure space. Furthermore, we generalize Vitali condition for the case of X a locally compact, Hausdorff space and μ a regular measure.

Vitali condition can be used to verify the completeness of several orthonormal systems of functions arising frequently in mathematics and physics. As an application, we derive the completeness of the trigonometric system in the real line, using purely real analysis methods.

Aplicações entre superfícies: característica de Euler e transições de codimensão 1

C.M. de Jesus, UF Viçosa, cmendes@ufv.br

Uma aplicação f entre duas superfícies é dita estável se existe uma vizinhança V_f de f em $C^\infty(M,N)$, com a topologia de Whitney, tal que qualquer aplicação $g \in V_f$ é $\mathcal{A}$-equivalente a f (no sentido de diofomorfismo). O conjunto singular destas aplicações, segundo Whitney, consiste de um número finito de curvas disjuntas, formadas por pontos de dobras com possíveis pontos de cúspides isoladas e o contorno aparente (imagem do conjunto singular) consiste de um conjunto de curvas imersas sobre N, com auto-intersecções transversas e pontos de cúspides isolados.

Whitney mostrou que o espaço das aplicações estáveis é denso em $C^\infty(M,N)$, desta forma sempre existe um caminho entre duas aplicações estáveis quaisquer, que atravessa somente os extratos de codimensão um $C^\infty(M,N)$. Uma tabela que ilustra as transições destes extratos foi apresentanda por $Ohmoto - Aicardi$ no estudo dos contornos aparentes. Algumas destas transições altera a topologia das componentes regulares e outras não.

Se M é uma superfície fechada as curvas do conjunto singular são todas fechadas e simples (sem auto-interseção) separando as componentes regulares. Se além disso M é orientada, então podemos associar sinais "+" ou "$-$" a cada componente regular, dependendo se a orientação destas são preservada por f ou não, e denotar por M^+ e M^-, respectivamente, a união dos fechos das componentes regulares com "+" e "$-$". Consequentemente, podemos atribuir sinais "+" ou "$-$" aos pontos de cúspides, dependendo se a cúspide aponta para uma região de M^+ ou de M^-, respectivamente.

Aqui pretendemos ver uma relação entre o total de sinais das cúspides, a topologia das componentes regulares de M e a topologia de N com o grau da aplicação f. Esta relação está baseado no estudo das transições de codimensão um. Uma consequência imediata desta relação é o Teorema de Quine, que está em *A global theorem for singularities of maps between oriented 2-manifolds*, (1978), que é um importante resultado aplicado por vários autores na teoria de singularidades atualmente.

Aritmética e o número mágico

J.V. Rolino, UNIFAL-MG, joelsonrolino@gmail.com

G.B. Vieira, UNIFAL-MG, toyougu@hotmail.com.br

H.T. Silva, UNIFAL-MG, h1bts@yahoo.com.br

J.C. Souza Junior, UNIFAL-MG, jose.souza@unifal-mg.edu.br

Este trabalho apresenta uma atividade de complemento curricular para estudantes do Ensino Médio de escolas públicas, como parte dos trabalhos do PIBID/UNIFAL-MG, tendo como objetivo principal suscitar o interesse pela Matemática e suas aplicações.

Durante a atividade foram apresentadas diversas mágicas que despertaram grande interesse nos estudantes, gerando questionamentos sobre o funcionamento e fundamentação dos truques, favorecendo a abordagem de conceitos matemáticos e propriedades aritméticas necessárias para as soluções dos mistérios propostos. Dentre as várias mágicas apresentadas, o truque do número mágico abordado neste trabalho suscitou maior interesse e sua explicação envolveu conceitos matemáticos tais como as propriedades aritméticas do sistema numeral decimal, a lógica inerente às demonstrações matemáticas e sua necessidade.

Trabalhar a matemática de uma forma diferenciada utilizando mágicas despertou nos alunos o gosto por aprender e fazer Matemática de modo que eles voluntariamente compartilharam os conhecimentos adquiridos com os colegas, pais e professores.

Cadeias e códigos

P. Orenstein, PUC-Rio, paulo.oren@gmail.com

C. Tomei, PUC-Rio, tomei@mat.puc-rio.br

Vamos tratar de dois problemas cujas respostas se encontram com um passeio por um grafo enorme. Um deles é este: decifre uma longa mensagem codificada com símbolos que substituem as letras habituais. O outro: considere todas as maneiras de encher uma caixa hexagonal com losangos obtidos pela justaposição de dois triângulos equiláteros – será que existe uma configuração típica? Em outras palavras, se você escolher (sem roubar) um preenchimento da caixa, será que é possível identificar um padrão?

Os vértices dos grafos são previsíveis: no primeiro caso, um vértice é uma bijeção entre os símbolos e as letras do alfabeto; no outro, cada vértice é um preenchimento da caixa. O problema é como passar de um vértice para outro vizinho, sem se perder na imensidão de alternativas.

Empregamos *cadeias de Markov* e o *algoritmo de Metropolis-Hastings*, explicados na apresentação. Um programa de computador leva à resposta, percorrendo relativamente poucos vértices, 'sendo instruído' pelo algoritmo a fazer transições em busca de vértices mais relevantes.

O primeiro problema foi inspirado por certas pichações (em código!) de Joana Lenz César nos muros cariocas. Já o segundo é o teorema do círculo crítico, de Jockush, Propp e Shor.

Trabalho conjunto com Juliana Abrantes Freire.

Cone de uma aplicação

J. Silveira, FACIP-UFU, jeane@mat.pontal.ufu.br

M. Vieira, FACIP-UFU, mgov@pontal.ufu.br

Este trabalho tem por objetivo apresentar o conceito de *cone de uma aplicação* e os principais resultados associados. Dados os espaços topológicos X e Y, apresentaremos um método de construção do *cone* C_f *de uma aplicação* $f\colon X \to Y$ por meio do *cone topológico* CX dado por X.

Uma vez dado um espaço topológico X, obtem-se o cilindro topológico IX que é nada mais nada menos do que o produto cartesiano de $X \times I$, onde I representa o intervalo fechado $[0,1]$. Por sua vez, considera-se uma relação de equivalência $\sim$ em IX dada por: $(x,t) \sim (x',t')$ se, e somente se, $(x,t) = (x',t')$ ou $t = t' = 0$. Chamamos o espaço quociente $IX/\sim$ por cone topológico de X, ou seja, $CX = IX/\sim$. Uma vez conhecido o conceito de cone topológico, o método de construção de um cone de uma aplicação $f\colon X \to Y$, que neste trabalho denotaremos por C_f, consiste em fazer uma união disjunta $CX \amalg Y$ do cone topológico CX com o espaço topológico Y, e em seguida fazer o o espaço quociente $CX \amalg Y$ pela relação de equivalência dada por: $p \sim q$ se, e somente se, $p = p$ ou ($p = [(x, 1)]$ e $q = f(x)$ ou $p = [(x', 1)], q = [(x'', 1)] e f(x') = f(x'')$).

Através do conceito de cone de aplicação pode-se verificar que certas composições de aplicações são homotópicas a aplicações constantes. Em outras palavras, conclui-se este trabalho verificando que a composição das aplicações contínuas $f : X \to Y$ e $g : Y \to Z$, dada por $g \circ f$, é homotópica a uma aplicação constante se, e somente se, a composição $g \circ f$ se estende continuamente ao cone de aplicação C_f.

e um número irracional e transcendente

L. Cavalcante Lima, IFAL, lima.leon@hotmail.com

A. Alves do Nascimento, IFAL, arlysonn@hotmail.com

Este trabalho tem como grande objetivo provar a irracionalidade e a transcendência do número e. Para isso primeiramente definiremos o conceito de inteiro algébrico, provaremos alguns teoremas sobre esse assunto e faremos uma abordagem sobre alguns fatos da aritmética.

Um número será dito algébrico quando for solução de uma equação polinomial da forma $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 = 0$, em que os coeficientes $a_i' s$ são todos inteiros. Um número será chamado de transcendente quando não for algébrico.

Demonstraremos a existência dos números transcendentes assim como fez G. Cantor, mas para isso precisaremos de alguns conceitos preliminares vindos da Análise Matemática como, por exemplo, o conceito de enumerabilidade de um conjunto. Daremos vários exemplos de conjuntos enumeráveis, demonstraremos que o conjunto de todos os números algébricos é enumerável e provaremos a existência dos números transcendentes.

Apesar de provarmos que os números transcendentes existem e, existem em superabundância, isso não nos dá explicitamente nenhum número transcendente. O matemático francês J. Liouville, no ano de 1851, apresentou um critério para que um número real fosse ou não transcendente. Daremos a demonstração de um teorema muito importante que diz que "todo número racional é aproximável na ordem 1, e não é aproximável na ordem k, para $k > 1$". Usando o resultado deste teorema será possível escrever explicitamente alguns números transcendentes. Por fim chegaremos à prova de que o número

e é transcendente. No ano de 1873, o matemático francês C. Hermite entrou definitivamente para a história ao demonstrar a transcendência de e. A demonstração original de Hermite sofreu sucessivas simplificações feitas por vários matemáticos notáveis. A demonstração que será apresentada é baseada na feita por Hurwitz no ano de 1893.

Estudando o grupo diedral com o uso do GeoGebra

E. Macedo, UNEB. enmacedo@gmail.com

Os grupos diedrais são grupos que representam as rotações e simetrias de um polígono regular de n lados. Aqui, apresentaremos a construção deste grupo, bem como exemplificaremos com o caso do grupo diedral do triângulo regular e do quadrado com o uso de applets construídos no GeoGebra.

O GeoGebra é um software de geometria dinâmica que permite uma melhor visualização das representações geométricas como um todo. Para visualização dos applets é necessário que o computador esteja conectado à internet, pois trabalharemos com planilhas dinâmicas no formato .html. O uso de applets no ensino de graduação torna-se bastante útil e interessante para os estudantes de graduação, pois permite um contato mais concreto com conceitos por vezes muito abstratos como é o caso das estruturas algébricas, em particular, o grupo diedral.

O objetivo principal do trabalho é mostrar como podemos construir tal grupo, visualizando as permutações através dos applets que representam as rotações e simetrias do triângulo regular e quadrado. A motivação principal para construção deste trabalho foi o ensino de graduação à distância, que por não ter um contato físico com o professor formador em sala de aula, precisa de ferramentas que aproxime cada vez mais o discente do conhecimento.

História da geometria e suas aplicações

N.P. Santos, Unifal - MG, nathpachecos@hotmail.com

J.P.M. Oliveira, Unifal - MG, josipaccini@hotmail.com

M.P.S. Lima, Unifal - MG, mateuspimenta-2007@hotmail.com

R.O. Marques, Centro Universitário do Sul de Minas, reoli.marques@yahoo.com.br

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) recomendam a utilização da história da Matemática como um instrumento metodológico para se ensinar Matemática. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é refletir e socializar os resultados preliminares do projeto “História da Geometria e Aplicações” que a equipe de bolsistas PIBID junto à escola parceira está desenvolvendo com vinte e quatro turmas do ensino médio. O projeto visa: aproximar os estudantes da história e do desenvolvimento de conceitos matemáticos, através da realização de pesquisas utilizando a internet e gerando uma oportunidade de retorno em conhecimentos do ensino fundamental e médio.

Foram selecionados doze temas cada um desenvolvido em duas turmas diferentes, sob a supervisão de dois bolsistas. O produto final será a montagem de salas temáticas e a confecção de um portifólio. Para o desenvolvimento do projeto serão realizados doze encontros com cada turma, sendo seis em sala de aula e seis extra turno. Os encontros em sala de aula são para aprofundamento do tema, onde são levados textos, vídeos, entre outros, que contam o desenvolvimento da História da Geometria. Já os plantões são para os estudantes tirarem suas dúvidas acerca do tema e sugerirem idéias para as salas temáticas.

De uma maneira geral os estudantes reagiram muito bem à apresentação do projeto, visto que é algo extremamente diferente do que eles estão acostumados quando o assunto é Matemática.

Interpretações combinatórias para os números de Fibonaccci e Pell

K.C.P. Silva, Unicamp, kenia@ime.unicamp.br

C.P. Andrade, Unicamp, cissamat@gmail.com

E.V.P. Silva, Unicamp, elenvps@gmail.com

O objetivo deste trabalho é apresentar algumas interpretações combinatórias para sequências de Fibonacci, Pell e Jacobsthal em termos de partição. Uma das interpretações é feitas para os ***Números de Fibonacci*** 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... que satisfazem a relação $F_0 = 0$; $F_1 = 1$; $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, n \geq 2$. Alguns teoremas, como o citado abaixo, foram demonstrados a partir de interpretações da função geradora de uma família de polinômios.

Teorema O número total de particões em no máximo N partes onde a maior parte é ímpar, todo ímpar de 3 até a maior parte aparece exatamente uma vez e cada parte par aparece um número par de vezes é igual a F_{N+2}.

N	Partições descritas pelo Teorema	F_{N+2}
0	$\emptyset$	1
1	3	2
2	$3+5$	3
3	$7+5+3$	
	$3+2+2$	5
4	$9+7+5+3$	
	$5+4+4+3$	
	$5+3+2+2$	8
5	$11+9+7+5+3$	
	$7+6+6+5+3$	
	$7+5+3+4+4$	
	$7+5+3+2+2$	
	$3+2+2+2+2$	13

Ladrilhamentos

D. Gonçalves, Dept. Matemática - UFSC, daniel.goncalves@ufsc.br

Ladrilhamentos servem de modelos para o estudo de propriedades dos quasi-cristais (materiais cuja descoberta foi alaureada com o premio Nobel da química do ano passado).

Um ladrilho é um subconjunto de R^d homeomorfo a bola fechada em R^d e um ladrilhamento (tiling) é uma coleção de ladrilhos com interiores dois a dois disjuntos e que cobre R^d. Dado um ladrilhamento T, do ponto de vista matemático, o objeto interessante de estudar é o espaço dos ladrilhamentos associado a T. Este nada mais é do que o completamento do conjunto de todas as translações de T por uma métrica apropriada. Ou seja, é interessante estudar um espaço métrico cujos elementos são ladrilhamentos.

Várias propriedades do espaço métrico associado a um ladrilhamento tem contra-partidas na física. Em particular questões sobre padrão de difração, níveis de energia dos elétrons e a estrutura interna de um quasi-cristal estão associadas a questões sobre a topologia, dinâmica e K-teoria da C*-algebra associada ao ladrilhamento que modela o quasi-cristal.

Na apresentação faremos uma iniciação aos ladrilhamentos, passando por um pouco da sua história, construindo o espaço métrico relevante e mostrando alguns conceitos matemáticos relevantes.

Métodos iterativos para a solução da equação de Poisson

V.R. Rocho, UFRGS, valdireneroxo@hotmail.com

D.A. Rizzotto Justo, UFRGS, dagoberto.justo@ufrgs.br

Para aproximar a solução da equação de Poisson através do método de diferenças finitas precisamos resolver um sistema linear, que pode ser resolvido através de um método iterativo. Para analisar a convergência de tais métodos podemos estudar os autovalores do sistema obtido, onde desejamos que o módulo do maior autovalor seja menor ou igual a um. Apresentamos neste trabalho fórmulas para todos os autovalores obtidos utilizando condição de contorno de Neumann. Para este problema obtém-se condições para que o mesmo tenha solução baseado na integral do termo fonte. O problema aliado a condições de contorno de Dirichlet é amplamente estudado na literatura onde são apresentadas, para alguns casos, fórmulas para as matrizes de iteração. Entretanto, para o problema com condições de Neumann não são encontradas fórmulas ou condições claras para a solução de tais problemas. Apresentamos neste trabalho fórmulas para todos os autovalores obtidos utilizando condições de contorno de Neumann.

Utilizando o produto de Kronecker pode-se relacionar as matrizes de discretização dos problemas em uma e duas dimensões. O espectro da matriz A é útil, por exemplo, para determinar a existência de uma ou infinitas soluções do problema discretizado. Os problemas de Neumann possuem um autovalor igual a zero, o que não garante solução para o problema. Se esta existir, não será única.

Modelagem matemática da resposta imunológica da co-infecção com *Tripanossoma cruzi* e *HIV*

L.F. de Souza Freitas, IMECC-UNICAMP, luizfsf28@gmail.com

H.M. Yang, IMECC-UNICAMP, hyang@ime.unicamp.br

A Síndrome da Imunodeficiência Adquirida (AIDS) é provocada pelo agente etiológico retrovírus chamado *vírus HIV*. Tal vírus tem predileção por células do sistema imunológico, os linfócitos T CD4. Ao infectar este linfócitos o sistema imunológico se torna debilitado, pois este tipo específico de linfócito T CD4 tem a função de ativar outros células de defesa. Esta imunodepressão é a "porta" de entrada para infecções oportunistas ou reinfecções.

A Doença de Chagas é causada por um protozoário chamado *Tripanossoma cruzi*. Esta doença apresenta: fase aguda e fase crônica. A fase aguda, na maioria dos casos, é assintomática e pode perdurar por até dois meses. A fase seguinte, fase crônica, pode durar por toda vida e a forma assintomática é a mais frequente.

Por ser assintomática é de difícil identificação. Com a queda do sistema imunológico o protozoário se reativa.

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo que represente de forma simplificada a interação entre células do sistema imunológico, células alvo, células infectadas por vírus e *Tripanossoma cruzi*. A análise dos pontos estacionários é fundamental para obter mais informações do comportamento dinâmico do modelo.

Modelagem matemática da dinâmica celular em um tecido hipotético

J.S. Domingues, IFNMG - Campus Pirapora, sergio.domingues@ifnmg.edu.br

M.E. de Gouvêa, IFMG - Campus Formiga, meg@dppg.cefetmg.br

Um dos grandes focos da pesquisa científica é a aplicação da modelagem matemática nos fenômenos biológicos. Sendo assim, o intuito desse trabalho é mostrar uma das formas de se fazer essa abordagem, em que se apresenta uma breve revisão biológica sobre dinâmica celular e como que essa dinâmica pode ser modelada matematicamente usando equações em diferenças finitas.

O trabalho propõe um modelo hierárquico de crescimento de células, composto pelos compartimentos das Células-Tronco (CT), Células Semidiferenciadas (CSD) e das Células Especializadas (CE), que podem sofrer mutações no processo de mitose, a partir das ações que uma célula-tronco pode realizar, para que com isso, se possa descrever um modelo matemático e computacional para a dinâmica celular de um tecido hipotético. No trabalho, além de se apresentar um modelo matemático, faz-se um estudo analítico das populações de equilíbrio, supondo algumas condições especiais para os valores dos parâmetros, para que fosse possível validar o modelo computacional proposto. Nesse modelo, considera-se que a população inicial de células-tronco normais, ou seja, aquelas que não possuem mutações acumuladas é igual a 100, enquanto as demais populações são, inicialmente, nulas. Dessa forma, mostra-se como uma pequena população de células-tronco dá origem a um tecido virtual saudável.

Esses números confirmam as previsões analíticas feitas pelas equações de equilíbrio e, o que é mais importante, estão de acordo com a literatura pesquisada, que afirma que a população de CE é largamente predominante e, ainda, estima que a população de células-tronco representa algo entre 0,01% e 0,0001% da população celular total.

O cálculo de números característicos de certas famílias de curvas através da teoria da deformação

A.L. Meireles Araujo, UFPE, meireles@dmat.ufpe.br

F. Pereira Lima, UFPE, fabio.p.l@hotmail.com

Dada uma curva de certo tipo, como determinaríamos o número das mesmas incidentes a um dado número de retas em posição geral em $\mathbb{P}^3$? Problemas desse tipo são velhos conhecidos da Geometria Enumerativa e com bastante resultados em $\mathbb{P}^2$, mas se nesse último geralmente é fácil visualizar as soluções, em $\mathbb{P}^3$ as coisas são mais complexas. Pensando nas curvas em questão como retas, cônicas, cúbicas reversas ou cúbicas elípticas, queremos olhar para a visão geométrica do seguinte problema: qual o número de tais curvas incidentes a um dado número de retas em posição geral (p.g.) em $\mathbb{P}^3$?

Para tanto, utilizando uma interpretação geométrica da teoria da deformação e tendo como informação base a dimensão do espaço de parâmetros da curva desejada, levamos nossa procura por soluções em $\mathbb{P}^3$ parcialmente para o $\mathbb{P}^2$, especializando as retas a um hiperplano fixado. Note que, o processo de especializar retas ao plano facilita o cálculo das soluções, já que, nas novas configurações, podemos utilizar resultados da geometria enumerativa para curvas em $\mathbb{P}^2$ (como os obtidos para curvas racionais por

Kontsevich), que aliados a algumas ferramentas da geometria algébrica (como fibrados, classe de Chern, etc) nos permitem obter os números desejados. Por exemplo, usando tal raciocínio podemos determinar as 92 cônicas incidentes a 8 (dimensão de seu espaço de parâmetros) retas em posição geral, podemos determinar as 2 retas incidentes a 4 retas em p.g., as 1500 cúbicas elípticas incidentes a 12 retas em p.g. e as 80160 cúbicas reversas incidentes as 12 retas em posição geral em $\mathbb{P}^3$.

O uso da informática na investigação matemática

J. Loterio, Uniasselvi/Semed-Blumenau, janloterio@hotmail.com

O presente trabalho traz uma discussão sobre o uso da investigação matemática com o apoio da informática na construção do conhecimento matemático nos vários níveis de ensino: fundamental, médio e superior.

Três investigações, uma em cada nível, são relatadas, sendo elas: as enchentes em SC 2008/2011; em busca do numero pi(π); e a maquete de um casa sustentável.

As investigações seguiram os princípios dos momentos pedagógicos: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento, com o apoio de um roteiro básico: problematização e coleta de dados; organização dos dados usando planilhas de dados e editores de textos; pesquisa de novos dados na web; utilização de softwares específicos(Geogebra, Autocad e Sketchup); organização e socialização da investigação.

As investigações matemáticas neste trabalho têm como principal objetivo desenvolver conteúdos matemáticos com temas do dia-a-dia, como preservação do meio-ambiente, usando a informática com apoio nesse procedimento. Foram explorados, entre os conteúdos, razão, proporção, matemática financeira e funções trigonométricas.

Percebemos que o uso de tecnologia revelou-se frutífero, possibilitando um número maior de comparações, qualitativas e quantitativas, sobre os assuntos trabalhados, o que consideramos um importante recurso a ser utilizado pelos professores de matemática. Concluímos que há muitas possibilidades de trabalhar com a matemática e a informática, com ou sem a necessidade de instalar softwares, enriquecendo o aprendizado dos alunos.

Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática: identificação de um registro

A. R. Calabria, Unesp - Rio Claro, angel_raiz@yahoo.com.br

Um grande marco histórico para a Matemática no Brasil foi o Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado no período de 1^o a 20 de julho de 1957, no Palace Hotel, em Poços de Caldas - MG, sendo idealizado e coordenado pelo professor Chaim Samuel Hönig, e teve a colaboração de uma comissão organizadora com mais de dez membros de diferentes regiões do Brasil. O primeiro Colóquio contou com quarenta e nove professores de nove centros universitários brasileiros, além de outras pessoas que participaram como ouvintes. Esse evento contribuiu para o desenvolvimento e o crescimento da Matemática brasileira, bem como propiciou contatos pessoais entre seus participantes, levando a planejar programas de estudos para futuros encontros. Portanto, o presente trabalho tem como objetivo contribuir e acrescentar informações à História da Matemática no Brasil e faremos isso por meio desse Primeiro Colóquio, identificando todos os participantes e organizando informações a partir de registros desse importante evento, como a apresentação da Foto Oficial. Fizemos a identificação da maioria das pessoas que estão em tal foto. São sessenta e duas pessoas, das quais quarenta e nove estão identificadas, e o restante não foram reconhecidas.

Também apresentaremos um breve histórico desse evento, mostrando algumas características relevantes que ocorreram durante a sua realização e uma biografia sucinta do professor Chaim Samuel Hönig, pelo fato de ter sido o idealizador do referido colóquio.

Esse trabalho apresenta alguns aspectos da História da Matemática no Brasil, mostrando o grande mérito de resgatar e escrever sobre o passado, com intuito de fazer-se entender o quão é importante registrar alguns momentos. Um desses momentos, específicos da Matemática brasileira, foi o Primeiro Colóquio Brasileiro de Matemática, sendo que este é considerado o impulsionador do desenvolvimento da pesquisa na área da Matemática em nosso país.

Propriedades dos zeros dos polinômios palindrômicos de grau par

V. Botta, Unesp, botta@fct.unesp.br

O estudo de zeros de polinômios, apesar de pertencer a uma subárea clássica da análise, possui muitas aplicações em inúmeros campos da matemática aplicada como, por exemplo, no estudo de soluções numéricas de equações diferenciais ordinárias e no estudo de sistemas dinâmicos, entre outros.

Atualmente, um tema que está atraindo a atenção de alguns matemáticos está relacionado à quantidade de zeros que um polinômio recíproco (palindrômico no caso em que os coeficientes do polinômio são reais) possui no círculo unitário.

Sendo assim, o objetivo deste trabalho é apresentar algumas propriedades relacionadas aos zeros de polinômios palindrômicos de grau par, no caso geral, e mostrar que, quando algumas condições adicionais são impostas aos coeficientes de tais polinômios, obtemos um limitante que determina quando os zeros destes polinômios pertencem ao círculo unitário.

Qual a unidade de medida para registrar inclinação?

L.H.F. Andrade, UFERSA, luizafelix@ufersa.edu.br

A.M.F. Moura, UFERSA, andreamfm@ufersa.edu.br

J.N.C. Reis, UFERSA, jaksonney@gmail.com

O trabalho tem o objetivo de estudar a forma como os pedreiros medem inclinação na construção do telhado de uma casa. Percebeu-se que este grupo utiliza a porcentagem como unidade de medida para inclinação, o que torna esse modo bem diferente de como se entende inclinaçao no meio acadêmico. Na escola compreende-se inclinação medida como ângulos, em graus. Com um olhar técnico faz-se análise da forma de entender inclinação pelo pedreiro e traça-se um relação com a matemática da escola.

Geralmente a inclinação do telhado está condicionada ao clima e, sobretudo à cultura e arquitetura local, no nordeste do Brasil a inclinação dos telhados gira em torno de 20% a 30%, mas na região sul, em colônias holandesas, por exemplo, podem ser encontradas residências com inclinações de até 60%. É importante destacar que o objetivo da inclinação é o melhor escoamento das águas pluviais, impedindo a transmissão de humidade para o interior do imóvel.

A casa objeto da pesquisa fica situada no município de Icapuí no Ceará e terá um telhado com inclinação de 20%, que significa que a cada metragem da metade da parede da casa será posta uma linha no valor de 20% dessa metragem na vertical para marcar o início da parte mais elevada do telhado, que até poderia ser de 25%, mas nesse caso gastaria mais material e sairia mais caro para o dono da obra.

Traça-se um paralelo com a matemática escolar e chega-se a uma relação entre a medida da inclinação em porcentagem e em graus.

Reconstruindo da Vinci: uma proposta de modelagem geométrica com o uso de softwares livres de geometria dinâmica

D. Lieban, IFRS - BG, diegolieban@yahoo.es

A geometria, bem como a teoria dos números e praticamente toda a matemática, não deveria ser uma atividade para espectadores, como muitas vezes acontece em sala de aula. Neste sentido, softwares de Geometria Dinâmica (GD) são um convite em potencial para combater o ostracismo que assola muitos alunos no estudo deste ramo da matemática.

Compartilha-se, com este trabalho, uma proposta de atividade realizada no IFRS - Campus Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, na qual os alunos deveriam reproduzir inventos desenvolvidos por Leonardo Da Vinci.

A ideia era que além do protótipo, os alunos projetassem o mesmo no software de Geometria Dinâmica GeoGebra, em duas ou três dimensões, tratando de valorizar as articulações dos mecanismos existentes. Assim, fazendo uso da tecnologia para trabalhar modelagem geométrica, aliam-se duas vertentes da Educação Matemática que são cada vez mais difundidas em prol de uma aprendizagem significativa, sem abrir mão de componentes substanciais para contribuir em uma formação sólida e efetiva de matemática, explorando aspectos de parametrização e “insights” geométricos.

Podemos utilizar um programa de GD para revelar relações geométricas intrínsecas que poderiam passar despercebidas numa representação estática, de modo que um simples arrastar de mouse permite que o aluno perceba a preservação, ou não, de certas propriedades e isso acabe por incentivar sua capacidade de conjecturar e estabelecer relações entre os elementos trabalhados.

Recursos digitais auxiliando no estudo de funções

B.S. Pavlack, UFSM, bruna_spavlack@hotmail.com

S.B. Machado, UFSM, silvia_barcelos@hotmail.com

I. F. Ferreira, UFSM, inesff10@gmail.com

Este trabalho está vinculado a um projeto de pesquisa e ensino, ligado ao Programa de Licenciaturas-PROLICEN da UFSM. A proposta geral do projeto consiste em utilizar recursos digitais como auxiliadores no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

A apresentação consistirá de um relato de experiência vivenciado pelas participantes do projeto, abordando as atividades realizadas semanalmente em uma escola pública do município de Santa Maria-RS, com alunos do 1^o ano do ensino médio. As atividades trabalhadas possuem como temática o estudo de funções. Estas são abordadas através de applets e softwares de domínio público, disponíveis na internet; vídeos e jogos; inclui-se também listas de exercícios elaboradas, pautando-se no que está sendo desenvolvido em sala de aula pelo professor da turma. Além dos aspectos metodológicos de como o projeto está constituído, será exposto opiniões das participantes sobre a inserção e integração de recursos digitais no processo de ensino da matemática, bem como da receptividade dos alunos em relação aos mesmos. Destacando-se a importância do papel do professor como mediador nas atividades e o intercâmbio Universidade-Escola.

Reinterpretando a “construção” do cálculo diferencial e integral de Leibniz com uso de recursos geométricos

S. Carrazedo Dantas, FECEA - Faculdade Estadual de Ciências Econômicas de Apucarana, sergio@maismatematica.com.br

O Cálculo Diferencial e Integral é explorado em disciplinas voltadas a cursos de Matemática, Física, Química, Engenharias entre outros. Nesses cursos a abordagem geralmente se concentra em apresentar um conjunto de definições, teoremas, algoritmos e suas aplicações. Em geral, a derivada é associada a como fenômenos ou objetos se movem ou variam suas medidas. Já a integração é associada a cálculo de áreas, somas infinitas, cálculos de fluxos, entre outros. Embora tais abordagens apresentem as riquezas da aplicação do Cálculo Diferencial e Integral em diferentes situações, podem destituir tal conhecimento de elementos epistemológicos importantes a sua compreensão e, além disso, desprender tal área de conhecimento das motivações e razões de seu desenvolvimento. Nesse texto exploramos o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral por Leibniz e as questões que buscava responder. Para tanto apresentamos algumas deduções que Leibniz realizou e conceitos dos quais se valeu, como sequências de diferenças, triângulos característicos e transmutações. Aliado a isso, a quadratura de curvas, brilhantemente explorados por Leibniz, contribuíram para que respondesse suas questões e possibilitaram "sua invenção". Esses conhecimentos foram posteriormente divididos em limite, derivada e integral.

Rolando sobre rodas

G.F. Lauxen Neto, Universidade do Vale do Rio dos Sinos, guilherme_franklin@ibest.com.br

F. Silva Leite, Universidadade de Coimbra, fleite@mat.uc.pt

L. Alves da Silva, Universidade Federal de Viçosa, leticia.alves@ufv.br

A roda é um dos maiores inventos de todos os tempos. A sua evolução ao longo de milhares de anos acompanhou as necessidades do ser humano e transformou a vida em movimento. A roda circular tem o formato adequado para proporcionar uma viagem confortável numa estrada em perfeito estado. Mas se a estrada não for plana, existirá uma roda que sobre ela possa rolar sem provocar solavancos?

Responder a esta questão é o objetivo do presente trabalho. Usando conhecimentos básicos de análise, equações diferenciais e trigonometria, é possível determinar a relação entre uma dada estrada e a roda que sobre ela roda suavemente sem deslizar, proporcionando um movimento sem solavancos.

Nos exemplos a apresentar há rodas construídas com espirais de Bernoulli que descem escadas e rodas poligonais (não necessariamente regulares) que rolam em estradas construídas com arcos de catenária.

Teorema fundamental do cálculo fracionário

E. Contharteze Grigoletto, IMECC, elianac@ime.unicamp.br

E. Capelas de Oliveira, IMECC, capelas@ime.unicamp.br

O cálculo fracionário, nome popularizado para cálculo de ordem não inteira, é da mesma época que o cálculo de ordem inteira, do século XVII, conforme proposto independentemente por Newton e Leibniz. Contrariamente ao cálculo de ordem inteira, o cálculo fracionário só se tornou uma área específica da matemática na década de setenta, após uma reunião que culminou com o primeiro congresso internacional dedicado exclusivamente ao cálculo fracionário. Antes disso, só trabalhos esporádicos e independentes.

Introduzimos o conceito de integral fracionária conforme Riemann-Liouville a fim de apresentar as derivadas fracionárias nos sentidos de Riemann-Liouville e Caputo, bem como mencionar algumas de suas propriedades. Discutimos o teorema fundamental do cálculo fracionário e apresentamos uma aplicação deste teorema.

O trabalho está disposto da seguinte maneira: na segunda seção apresentamos conceitos advindos da análise, que serão úteis na sequência do trabalho; na terceira seção introduzimos o conceito de integral fracionária de Riemann-Liouville como uma generalização do conceito de integral de ordem inteira, apresentamos também a derivada fracionária conforme proposta por Riemann-Liouville e por Caputo, explicitando a importância e utilização de cada uma delas, bem como algumas propriedades, em particular aquela associada à propriedade de semigrupo. Nosso principal resultado encontra-se na seção quatro, onde apresentamos o teorema fundamental do cálculo fracionário como uma generalização do clássico teorema fundamental do cálculo e exemplos de aplicação. Acenos de estudos futuros concluem o trabalho.

Um passeio pela história dos números perfeitos e da criptografia

D. Daniel, UNICAMP, dougmath09@gmail.com

F. H. Silva, UNICAMP, felhenri@gmail.com

J. F. Blasco, UNICAMP, josefelipeblasco@gmail.com

O artigo aborda a história do desenvolvimento dos Números Perfeitos e da Criptografia de forma a entrelaçar as duas coisas através de um matemático não muito conhecido, Marin Mersenne. Um breve relato sobre a vida de alguns matemáticos é contada de acordo com as suas contribuições para a evolução dos conceitos de Números Perfeitos. Conta também como, com o decorrer dos anos, algumas conjecturas foram quebradas ao redor destes números e como algumas crenças os veem como divinos. Por fim, mostra como várias formas de códigos perderam o seu uso devido à formulação de algoritmos que os desvendavam e à eterna batalha entre Criptólogos e Criptoanalistas.

Uma aplicação de materiais didáticos no ensino da geometria euclidiana plana para deficientes visuais

A. Kaleff, UFF, anakaleff@vm.uff.br

F. Rosa, UNESP, malinosky20@hotmail.com

V. Rodrigues, UFF, vivilrodrigues2@gmail.com

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um conjunto de recursos didáticos que permitem motivar o educando com deficiência visual a uma aprendizagem de formas e conceitos geométricos elementares, por meio da utilização de aparelhos didáticos de baixo custo especialmente criados para esse fim, a partir de materiais comumente encontrados no comércio.

Esse conjunto segue os princípios educacionais apresentados nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino da Matemática, bem como as Adaptações Curriculares propostas pela Secretaria de Educação Especial, e ainda, ao Modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Serão apresentados cinco Experimentos Educacionais Adaptados: "Confecção de Ângulos", "Confecção de Circunferências", "Confecção de Circunferências Concêntricas", "Confecção de Retas Perpendiculares", "Confecção de Retas Paralelas".

Estes experimentos foram expostos em Mostras do Museu Interativo do Laboratório de Ensino de Geometria da Universidade Federal Fluminense (LEG/UFF) onde alunos com deficiência visual puderam manusear e realizar as atividades. As mesmas estão sendo testadas, no âmbito de um projeto de extensão denominado Vendo com as Mãos, com alunos deficientes visuais do Ensino Médio do Colégio Pedro II, na cidade do Rio de Janeiro.

Uma introdução à teoria de matroides

J. P. Costalonga, UEM, joaocostalonga@yahoo.com.br

A Teoria de Matroides unifica conceitos de Álgebra Linear, Teoria dos Grafos, Dependência Algébrica e Geometrias Finitas, entre outros conceitos matemáticos.

Nessa palestra vamos introduzir a definição de matroide e dos principais conceitos relacionados, sempre fazendo um análogo entre os casos mais simples: os espaços vetoriais e grafos, mostrando de que forma os conceitos de uma teoria se interpretam na outra.

Apresentaremos alguns outros exemplos de classes de matroides, como os gamoids e as matroides transversais.

Uma proposta da utilização de criptografia elíptica em corpos finitos $\mathbb{F}_{p^{mk}}$ com coeficientes em $\mathbb{F}_{p^m}$

A. Santana, UEL, adriano_gsgs@homail.com

N. Sharma, UEL, nsharma@uel.br

Dado um corpo finito $\mathbb{F}_q$ e $y^2+a_1xy+a_3y = x^3+a_2x^2+a_4x+a_6$ com $a_1, a_3, a_2, a_4, a_6 \in \mathbb{F}_q$ definimos a curva elíptica $E(\mathbb{F}_q) = \{(x, y) \in \mathbb{F}_q^2 : y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6\} \cup \{\infty\}$. Este conjunto pode ser munido com uma operação de adição de modo a tornar-se um grupo onde ∞ é o elemento neutro.

Comercialmente são utilizados curvas elípticas sobre corpos $\mathbb{F}_p$ com p primo ou $\mathbb{F}_{2^k}$ no algoritmo de criptografia de chave pública para grupos de Taher ElGamal. As curvas sobre $\mathbb{F}_{2^k}$ são dadas pelas equações da forma $y^2 + xy = x^3 + ax^2 + 1$ com $a \in \{0, 1\}$. Nelas Koblitz desenvolveu algoritmos alternativos que tornam os cálculos da ordem de $E(\mathbb{F}_{2^k})$ e de $nP = \underbrace{P + P + \cdots + P}_{n-vezes}$ onde $P \in E(\mathbb{F}_{2^k})$ mais eficientes que os métodos tradicionais.

Neste trabalho estudamos algoritmos que tornam mais eficientes os cálculos da ordem e do produto nP para curvas elípticas $E(\mathbb{F}_{p^{mk}})$ com coeficientes em $\mathbb{F}_{p^m}$. Para isto utilizamos resultados na literatura relacionados à ordem de pontos de uma curva elíptica e endomorfismos de curvas, em especial o endomorfismo de Fronbenius. Embora percamos eficiência com relação as curvas de Koblitz, ganhamos com relação aos algoritmos tradicionais, além de uma maior família de curvas viáveis para a prática comercial. Com isto propomos a utilização de outros corpos finitos além daqueles comercialmente utilizados.

Capítulo 5

Pôster digital

A calculadora em sala de aula

M.A.C. Valentim, UNIFAL-MG, maicoimbra@hotmail.com

L.M. Pierini, UNIFAL-MG, livia_recnac@hotmail.com

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

Este trabalho apresenta uma atividade realizada com estudantes do Ensino Médio de escolas públicas que fazem parte do Clube da Matemática "José Antônio Leite", um dos projetos do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), do curso de Matemática, da Universidade Federal de Alfenas.

A atividade consiste em tentar encaminhar o professor para o uso consciente da calculadora em sala de aula, mostrando que é possível utilizá-la sem comprometer a aprendizagem dos alunos. Foram abordados problemas relacionados a juros compostos, mostrando algumas das funções das teclas da calculadora, desconhecidas até então pelos alunos, a atividade da calculadora quebrada e ainda atividades envolvendo o Crivo de Erastóstenes e a conjectura de Goldbach.

Além disso, foram realizados alguns exercícios fazendo-se uma comparação: primeiramente com o uso da calculadora e depois sem o uso, com o objetivo de observar a influência da mesma. Observamos que os membros desconheciam algumas funções da calculadora e que não haviam tido contato antes com esses tipos de atividades. Utilizando a calculadora, eles puderam atentar-se aos resultados e ao problema, o que possibilitou a compreensão das regularidades e distinções dos conjuntos numéricos, principalmente entre os números racionais e irracionais. Contudo, os alunos chegaram à conclusão de que a calculadora auxiliava no desenvolvimento dos exercícios, mas que tudo dependia do raciocínio e da estratégia adotada por eles. Assim, pode-se considerar que os resultados foram bastante satisfatórios.

A criptografia moderna x criptografia pós-quântica

E. Alves, UFV, erlonkolk@hotmail.com

A. Moura, UFV, allan.moura@ufv.br

Este trabalho tem por objetivo fazer uma análise dos atuais sistemas de criptografia existentes, no caso o McEliece, comparando a sua eficiência com o sistema RSA, que é atualmente, o mais utilizado em boa parte do conteúdo que veicula pela internet e que não podem ser deixados a mostra como senhas, transações bancárias, número de cartões de banco.

O RSA é baseado no que denominamos Criptografia de Chave Pública, e é ainda um dos algoritmos criptográficos que apresenta maior eficiência quando levado em consideração o número de processos utilizados na sua codificação e decodificação. Porém o grande problema deste sistema é uma ameaça que a cada dia está mais próxima, o Computador Quântico. Ele usa ferramentas da mecânica quântica que permitirão resolver problemas computacionais atualmente impraticáveis como a fatoração de números. Com ele, através da chave pública facilmente poderíamos descobrir a chave privada.

A fim de evitar esta catástrofe, surge um novo ramo da criptoanálise, a Criptografia Pós-Quântica. Hoje já existem diversos algoritmos pós quânticos, como Criptografia Hash, Algoritmo de Lamport-Diffie, McEliece, Árvore de Merkle. O problema agora se resume na aplicabilidade destes algoritmos que envolvem, ainda, chaves muito extensas que tornariam a comunicação um tanto quanto inviável. Você estaria transmitindo mais bits de segurança do que informações.

A equação de calor

T. R. Medeiros, UFV, thamyres.medeiros@ufv.br

A. L. A. de Araujo, UFV, anderson.araujo@ufv.br

O estudo das Equações Diferenciais começa com a criação do Cálculo Diferencial e Integral no século XVII, e é guiado, inicialmente, por suas aplicações à mecânica das partículas. Nessas aplicações, o uso de leis físicas, como as três leis de Newton da Dinâmica e a lei da gravitação universal, possibilita obter equações diferenciais ordinárias que representam os fenômenos em estudo. O sucesso em tratar esses problemas utilizando o Cálculo Diferencial foi um enorme estímulo aos físicos e matemáticos do século XVIII em procurar modelos para problemas da mecânica do Contínuo e de outros ramos da Física (Termologia, por exemplo) que expressem os fenômenos em termos de Equações Diferenciais. Entretanto as equações resultantes, sendo equações diferenciais parciais, trazem sérias dificuldades matemáticas em sua resolução. Dentre as três equações básicas que já aparecem nos estudos dos matemáticos do século XVIII está A Equação de Calor.

O objetivo central deste trabalho foi a obtenção de soluções satisfazendo, além da equação diferencial, a certas condições iniciais ou condições de fronteira. Neste trabalho discutiremos alguns problemas envolvendo a equação de calor a uma dimensão espacial, tópico estudado durante uma pesquisa de iniciação científica. Apresentaremos o problema de transmissão de calor num intervalo finito. Procuramos neste trabalho fazer um estudo teórico das equações diferenciais parciais (EDP's) de segunda ordem, onde estudamos a existência de solução para alguns problemas básicos envolvendo as equações do Calor homogêneas e não homogêneas.

A estatística da escola básica com recursos computacionais

Thiago Carvalho Sousa, IME-USP, thiago.carvalho.sousa@usp.br

Mariane Streibel, IME-USP, streibel@ime.usp.br

Por vezes a Estatística, assunto tão relevante para a compreensão crítica do mundo, acaba sendo explorado superficialmente, ou às vezes nem mesmo é abordado. Uma das razões para isso é uma carência de métodos, por parte dos professores, para ensinar essas idéias aos alunos. O nosso objetivo, com este trabalho, é o de contribuir para a mudança deste cenário, fornecendo ao professor da Escola Básica uma nova abordagem à Estatística do Ensino Médio, feita com recursos computacionais, a partir do pacote estatístico livre, gratuito e profissional R.

Elaboramos um material, destinado a professores, onde mostramos como desenvolver os principais conteúdos de Estatística desta fase escolar, com o suporte do pacote R. Revisitamos conceitos importantes de Estatística, tais como Freqüências Absolutas e Relativas, Gráficos, Média, Moda, Mediana, Desvio Padrão, Variância, Cálculos e Representações de Variáveis Aleatórias e Contínuas, Noções de Simulação; e tantos outros tópicos que são planejados para serem dados durante o Ensino Médio. Mostramos como podemos obter esses resultados usando o software R.

Além disso, propomos e resolvemos, com recursos computacionais, exercícios retirados (com autorização) do livro-texto "Matemática - Ensino Médio", de Maria Ignez de Souza Vieira Diniz e Kátia Cristina Stocco Smole. Ao final do trabalho, trazemos uma série de exercícios, também do livro, resolvidos pelo R. O professor pode resolver esses exercícios para assimilar melhor os conteúdos e técnicas estudadas, e propor atividades para a sua turma; indo além desses, inclusive.

O uso do recurso computacional agrega mais raciocínio ao professor, pois permite desenvolver sua capacidade de pensar e elaborar algoritmos. Uma vez que o R é uma linguagem de programação, ao usá-lo o professor estará desenvolvendo um programa. E programar é um exercício em que fazemos uso da lógica. Utilizar o R ajuda ainda o professor a aprimorar sua técnica e conhecimento, ao prepará-lo para atuar com mais um recurso didático: o computador.

A matemática: uma abordagem lúdica, baseada em jogos e experimentos

N. Rodrigues da Silva, UFRPE, nadinerodriguess@hotmail.com

M.A. Caldas Didier, UFRPE, angelacdidier@yahoo.com.br

O trabalho propunha estimular os alunos de Ensino Fundamental e Médio a enxergarem a matemática de forma menos traumática, saindo do paradigma em que o professor é visto apenas como transmissor do conhecimento. Daí a necessidade de buscar outras formas de mostrar ao aluno o conteúdo matemático, de forma mais interativa. Além disso, tentar despertar no aluno o interesse pelo estudo da matemática e de outras disciplinas interligadas a ela.

Para realização do projeto foram utilizados jogos e experimentos. Os jogos, em geral, feitos de madeira por ser mais resistente. Dentre os jogos, tivemos a Torre de Hanói, o Pentaminó; e o Quebra-Cabeça Poligonal. Os experimentos foram “Construção de Parábola através de dobradura”, no qual foi utilizado papel manteiga, e “Calculando o comprimento da Circunferência”, utilizando discos de madeira de diferentes diâmetros, barbante e régua.

Através das atividades foi mostrado aos alunos que estudar matemática pode ser algo bastante prazeroso, permitindo uma maior interação entre eles e facilitando o aprendizado. Os experimentos e os jogos apresentados proporcionaram aos alunos do Ensino Fundamental e Médio maior compreensão em relação aos assuntos abordados anteriormente pelo professor em sala de aula, buscando a superação das dificuldades dos alunos e professor no processo de ensino-aprendizagem.

A Matemática do pega-pega: um estudo sobre curvas de perseguição

A. Soldatelli, UFBA, angelasoldatelli@gmail.com

Quando crianças, aprendemos a regra simples do pega-pega: um jogador J é designado para perseguir todos os outros, que tentam fugir. Quando J pega um dos fugitivos, este passa a ser o perseguidor, e o jogo continua até a exaustão (daí porque os pais amam pega-pega). Mas qual seria a melhor estratégia para J? O fato é que, à medida que envelhecemos deixamos o pega-pega para trás (ou não!), mas persiste o fascínio pela batalha entre o caçador e a caça - este simplesmente se torna mais sofisticado...

Hollywood ama perseguição e fuga - filmes neste segmento incluem Alien (1979), Predador (1987) e, mais recentemente, Prenda-me se for capaz (2002). Videogames de computador adotaram este conceito como a base para alguns dos seus mais bem sucedidos jogos (a exemplo de Call of Duty, Counter Strike, Hitman). Na matemática, os quebra-cabeças de perseguição e fuga surgiram muito cedo, como o paradoxo da corrida entre Aquiles (herói de Homero na Ilíada) e da tartaruga.

Estudaremos problemas clássicos de perseguição, que já foram investigados na época de Leonardo da Vinci. Trata-se de computar a trajetória de um perseguidor P que persegue o seu alvo A de tal maneira que o vetor-velocidade de P, em cada momento, visa à posição atual de A.

Esta área fascinante da matemática fornece aplicações bonitas do cálculo, equações diferenciais, teoria dos jogos e geometria, e seu conhecimento é útil, por exemplo, no desenvolvimento de táticas usadas pelos falcões da Marinha do Brasil.

A Matemática sob o olhar dos alunos

L.M. Pierini, UNIFAL-MG, livia_recnac@hotmail.com

D.C. Afini, UNIFAL-MG, daisafini@gmail.com

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

Este trabalho apresenta os resultados do projeto "Olimpíada da Tabuada", desenvolvido por bolsistas ID, participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à

Docência (PIBID), da Universidade Federal de Alfenas, em conjunto com os educadores de uma escola pública estadual parceira. O projeto teve duração de um semestre letivo e foi aplicado em sete turmas do Ensino Médio com o objetivo de envolver a tabuada nos jogos, levando os alunos a estudar para que pudessem jogá-los e, com isso, aprender a tabuada.

O motivo pela sua criação foi as dificuldades que os alunos apresentavam na resolução de operações básicas, como a multiplicação e a divisão, e a impossibilidade de voltar nestes conteúdos básicos do Ensino Fundamental. As aplicações aconteciam uma vez por semana em cada sala, durante uma hora-aula, intercalando, entre uma semana e outra, jogos e intervenções pedagógicas para o estudo de conceitos matemáticos.

A análise dos resultados foi feita por meio de um questionário, aplicado em duas turmas, antes e depois do projeto, sobre o envolvimento e a empatia dos alunos nas aulas de Matemática. Com isso, é possível afirmar que o projeto teve um bom desempenho nas salas de aula participantes. Notou-se que muitos alunos reconheceram que não sabiam a tabuada - o que acreditamos ser importante para a aprendizagem - e que o projeto atingiu seu objetivo inicial, compensando, em boa parte, a defasagem escolar em conteúdos básicos da Matemática, além de levar o aluno a compreender que ele é o personagem principal da sua aprendizagem.

A mídia como mediadora no processo de construção do conhecimento da tabuada

V.I.F. Perin, UTFPR, vanice1903@hotmail.com

G. de Oliveira, UTFPR, geisyelle1@hotmail.com

R.T. Alves, UTFPR, roselialves@utfpr.edu.br

M.F.W. Carneiro, UTFPR, maico_pr@hotmail.com

Devido à oportunidade que o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) ofereceu, pôde-se observar a ampla dificuldade dos estudantes tanto do ensino fundamental quanto do médio no que se refere à compreensão, utilização e memorização da tabuada de multiplicação. Isso gera uma visível dificuldade na resolução de diversos tipos de exercícios por parte dos estudantes e consequentemente causando o desinteresse pela matemática. Este desinteresse acaba preocupando os professores, e dificultando o desenvolvimento do trabalho pedagógico.

Por se tentar fazer a ligação entre o Ensino, Pesquisa e Extensão desenvolveram-se os seguintes encaminhamentos: Diagnóstico do nível do conhecimento matemático sobre o uso da tabuada com discentes da Rede Pública Estadual; apresentação de uma proposta metodológica alternativa usando mídias inovadoras; construção de jogos e softwares que possam vir a sanar as possíveis deficiências existentes e detectadas no diagnóstico; aplicação de uma metodologia alternativa, para o ensino da Matemática, fazendo uso das mídias tecnológicas nas séries finais do ensino fundamental. Para tanto, realizou-se um curso de informática relacionado ao Programa Adobe Flash, para desenvolver a arte, animações e lógica de jogos com base na pesquisa bibliográfica realizada, construindo meios didático-pedagógicos com o uso do software tecnológico educativo, sendo aplicado para testar a metodologia proposta. Deste modo, este software trata sobre a tabuada de multiplicação tentando diminuir os empecilhos que prejudicam a aprendizagem matemática.

A teoria de resposta ao item e suas aplicações

J.C.L. de Souza, UnB, jessycacristine@hotmail.com

A.M. Cardoso Neto, UnB, allanmatheus2@yahoo.com.br

M.L. Rabelo, UnB, rabelo@unb.br

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma resposta a um item como função dos parâmetros do item e da(s) habilidade(s) do respondente. Os modelos relacionam variáveis observáveis - respostas aos itens de um teste, por exemplo - com aptidões não observáveis e que são responsáveis pelas respostas dadas pelo indivíduo. De acordo com essa relação, quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.

Atualmente, a Teoria Clássica das Medidas, que se baseia em resultados de provas expressos apenas por escores brutos, é a mais usada para avaliação e seleção de indivíduos. Nessa teoria, as análises de desempenho estão vinculadas à prova, tornando inviável a comparação entre indivíduos que não foram submetidos à mesma prova. Já a TRI, permite a comparação entre populações, desde que submetidas a provas que tenham alguns itens comuns, ou ainda, a comparação entre indivíduos da mesma população que tenham sido submetidos a provas diferentes, isso porque uma das principais características da TRI é que ela tem como elementos centrais os itens, e não a prova como um todo.

O que se deseja na TRI é estimar o nível de aptidão, o traço latente do indivíduo a partir da análise das respostas dadas por ele a um conjunto de questões ou itens. Para isso, recorre-se a modelos matemáticos que relacionam as variáveis envolvidas nessa situação. O modelo utilizado para análise das respostas dos estudantes que fazem o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a Prova Brasil e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) é o modelo logístico de três parâmetros, que permite que seja estimado o nível de aptidão (ou traço latente) do respondente a partir de uma relação que fornece a probabilidade de um indivíduo acertar um item em função de sua habilidade (q), da dificuldade, da discriminação e da probabilidade de acerto ao acaso, popularmente conhecida como "parâmetro de chute".

Neste trabalho, explicaremos os princípios básicos dessa teoria e faremos algumas aplicações em avaliações de matemática.

Acurácia e precisão de métodos de previsão de observações futuras em regressão linear simples

B. Gonçalves, Unifal-MG, brunag_25@hotmail.com.br

L. Beijo, Unifal-MG, luizbeijo@unifal-mg.edu.br

O modelo de regressão linear é amplamente utilizado em diversas áreas, e em muitas situações pode-se ter o interesse em determinar a previsão por intervalo de uma observação futura. Segundo Souza (1998) os intervalos de previsão podem ser obtidos através de dois métodos, o método T baseado na distribuição t de Student e o método F baseado na distribuição F de Snedecor.

Dessa forma, o presente trabalho teve como objetivo avaliar os intervalos que foram produzidos pelos dois métodos com diferentes posições das observações futuras a partir dos dados amostrais, diferentes tamanhos de amostras e diferentes coeficiente de variação. Foram geradas, via simulação, 1000 séries de dados com os tamanhos de amostra 5, 8 e 10, coeficiente de variação 1%, 5%, 10%, 25%, 50% e 100% e com as posições das observações futuras de 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15 e 20 a partir dos dados disponíveis para definir o modelo. Observou-se que método T apresentou maior precisão que o método S e que os dois métodos apresentam acurácia. A amplitude dos intervalos aumenta à medida que a posição da observação futura fica mais distante dos dados amostrais e diminui à medida que aumenta o tamanho da amostra, podendo concluir que o método T apresenta intervalos mais satisfatórios em relação ao método F e que o aumento do tamanho da amostra fornece previsões mais precisas.

Álgebras com divisão sobre os reais

M. Pinto, UFV, marcos.a.pinto@ufv.br

S. Fernandes, UFV, somari@ufv.br

Nesta apresentação, discutiremos o fato de ser possível ou não definir uma multiplicação num espaço vetorial sobre os reais onde se verifiquem os axiomas de um corpo. Para isso, introduzimos o conceito de uma álgebra, no nosso caso, associativa de dimensão finita, sobre um corpo arbitrário. Este conceito pode ser visto como uma combinação da estrutura de anel e de um espaço vetorial de dimensão finita sobre um corpo. Exibiremos alguns exemplos dessas álgebras, tais como: a álgebra das transformações lineares de um espaço vetorial de dimensão finita, a álgebra dos quatérnios e a álgebra de grupos.

Os diversos tipos de álgebras são obtidos quando impomos algumas restrições na sua estrutura multiplicativa. Dizemos que uma álgebra com unidade é uma *álgebra com divisão* se todo elemento não nulo é inversível. A álgebra de grupos, por exemplo, não é uma álgebra com divisão.

Para terminar demonstraremos o Teorema de Frobenius que classifica as álgebras de divisão de dimensão finita sobre os números reais.

Teorema de Frobenius: As únicas álgebras com divisão sobre os reais são (a menos de isomorfismo) o corpo dos números reais, o corpo dos números complexos e a álgebra dos quatérnios.

O conteúdo acima foi parte de um projeto de iniciação científica durante o período de Agosto de 2011 a Julho de 2012.

Algoritmo não monótono para minimização em domínios arbitrários e aplicações

T. Martini, UFSC, tiaramartini@yahoo.com.br

Apresentamos e analisamos um método globalmente convergente e não monótono para minimização em conjuntos fechados. Desenvolvido recentemente por Francisco e Viloche Bazán esse método está baseado nas ideias dos métodos de região de confiança e Levenberg-Marquardt. Dessa maneira, os subproblemas consistem em minimizar um modelo quadrático da função objetivo sujeito ao conjunto de restrições.

Aplicamos o algoritmo estudado em um tipo particular de restrições, a saber, restrições de ortogonalidade. Ou seja, almejamos resolver, de maneira rápida e eficiente, o seguinte problema de programação não linear: minimizar $f(X)$ s.a., em que é continuamente diferenciável. Como consequência, obtemos um algoritmo globalmente convergente do tipo gradiente projetado espectral.

Incorporamos conceitos de bidiagonalização e de cálculo da SVD de maneira “inexata” buscando melhorar o desempenho do algoritmo, visto que a solução do subproblema por técnicas tradicionais, necessária em cada iteração, é computacionalmente muito cara.

Outros métodos viáveis são citados, entre eles um método de busca curvilinear e um de minimização ao longo de geodésicas.

O desempenho dos métodos quando aplicados a problemas conhecidos é ilustrado numericamente.

Análise de componentes principais para obtenção de grupos de SNPs informativos

W. Bertoli da Silva, UFSCar, wesleybertolli@hotmail.com

D. Morselli Gysi, UFPR, deisygysi@hotmail.com

Diversas metodologias estatísticas vêm sendo empregadas como auxilio na detecção de associação entre marcadores genéticos e doenças complexas. Neste estudo foram utilizados como marcadoresgenéticos os *Single Nucleotide Polymorphisms* (SNPs). A importância da detecção de SNPs associados à doença está na capacidade dos pesquisadores

trabalharem com maneiras paleativas no tratamento da doença. Desta forma, com o intuito de verificar se SNPs do cromossomo 6 de um estudo caso-controle de pacientes com Artrite Reumatóide apresentam diferenças quando da comparação entre os dois grupos (caso e controle) da visão dos SNPs, a Análise de Componentes Principais (*Principal Component Analysis* - PCA) foi utilizada.

As componentes principais são capazes de auxiliar na estruturação de modelos estatísticos, por exemplo o modelo de regressão logística. Além disso, são capazes de introduzir um controle do efeito de estruturas populacionais, bem como o efeito de ancestrais. Neste estudo, o controle foi realizado levando-se em consideração a Menor Frequência Alélica (MAF), a porcentagem de *Missing Data* e o *Equilíbrio de Hardy-Weinberg*, este foi realizado a fim de remover problemas decorrentes da genotipagem.

A fim de realizar corretamente a PCA, os SNPs foram codificados como 0, 1 e 2 de acordo coma menor frequência alélica, onde 0 é homozigoto de menor frequência alélica, 1 é heterozigotoe 2 é homozigoto de maior frequência. Análise de Componentes Principais foi realizada para o cromossomo 6 e não se mostrou tão eficaz quanto na utilização de todos os SNPs contidos na base original. A análise proposta se mostrou eficaz e revelou que as seis primeiras componentes são suficientes para que esses efeitos pudessem ser corrigidos. As duas populações foram segmentadas eficientemente e os SNPs apresentaram agrupamentos bem definidos, principalmente nas quatro primeiras principais componentes.

Aplicação de bases de Gröbner na resolução do jogo Sudoku

I. Camargo Júnior, UFG, icamargojunior@gmail.com

P. R. Bergamaschi, UFG, prbergamaschi@gmail.com

Em álgebra comutativa decidir se um polinômio pertence a um ideal polinomial nem sempre é uma tarefa trivial. Com esta questão desenvolveu-se a teoria das Bases de Gröbner que é uma ferramenta muitas vezes eficaz na resolução de sistemas polinomiais.

O Sudoku é um jogo que possui uma matriz quadrada n^2xn^2, para $n > 1$, composta por n^2 submatrizes nxn, onde as entradas recebem números de 1 a n^2. O objetivo do jogo é completar a matriz a partir de entradas já fornecidas sendo que a única regra é não repetir números em uma linha, coluna ou submatriz.

Neste trabalho o objetivo foi algebrizar o problema de resolução do jogo na versão 4 x 4 através de um sistema de equações polinomiais para então resolver utilizando a teoria das Bases de Gröbner, embora existam técnicas e vários softwares que resolvem o Sudoku.

Para a algebrização do problema cada um dos números de 1 a 4 foi representado por uma raiz n^2-ésima complexa da unidade e as entradas da matriz pelas incógnitas. Daí modelou-se o problema através de um sistema de equações polinomiais, analisando as restrições e regra do jogo, para então usar a teoria das Bases de Gröbner para resolver o Sudoku.

Aplicações do lema de Baire na análise funcional

O.R. Reis Severiano, UFMS, osmar_rogerio@hotmail.com

F. Pereira de Souza, UFMS, fermatmel@gmail.com

A Análise Funcional é uma área bastante estudada por suas aplicações em diversos ramos da ciência, e principalmente em várias áreas da Matemática. Assim procuramos apresentar um trabalho que fosse rico em consequências, principalmente no estudo de operadores lineares entre espaços de Banach, o que nos motivou a estudar os seguintes teoremas: Lema de Baire, Teorema da Limitação Uniforme, também conhecido como Teorema de Banach-Steinhaus, e os Teoremas da Aplicação Aberta e do Gráfico Fechado, que são teoremas fundamentais para o desenvolvimento da Análise Funcional e com aplicações em diversos problemas encontrados na matemática.

Dos teoremas da Topologia Geral, o Lema de Baire, é um dos mais férteis em consequências. Uma primeira versão deste resultado foi publicado em 1899, para R^n. A demonstração original de Baire adaptou-se para espaços métricos completos, e essa versão mais geral foi publicada por Kuratowski e Banach em 1930, ganhando projeção quando utilizada por Banach e Steinhaus para dar uma nova demonstração do Princípio da Limitação Uniforme. Através do Princípio da Limitação Uniforme encontramos condições para que o conjunto das normas de uma família de operadores de qualquer cardinalidade tenha um limite superior finito, a demonstração que apresentamos segue como consequência do Lema de Baire.

E por fim, enunciamos e provamos o Teorema da Aplicação Aberta e do Gráfico Fechado, apresentando entre os resultados condições suficientes para que uma aplicação linear entre espaços de Banach contínua e invertível tenha inversa contínua. Na prova do Teorema da Aplicação Aberta faremos uso do Lema de Baire, e veremos que a hipótese em questão do contradomínio não é exatamente a sua completude, mas sim o fato de ser de segunda categoria.

Aplicando a congruência

M.J.T. Neto, UFMS, maiane_junqueira@hotmail.com

A.C. Ribeiro, UFMS, andreia.ribeiro@ufms.br

A Aritmética Modular, também conhecida como aritmética do relógio ou calculadora - relógio, foi descoberta por Johann Carl Friedrich Gauss no século XVIII. Ele observou que ocorria com frequência o fato de dois números inteiros a e b deixarem o mesmo resto na divisão por um inteiro positivo m. A descoberta foi importante para a matemática na virada do século XIX e é essencial hoje para a segurança na Internet, que utiliza esta teoria aliada a Criptografia.

O principal objetivo deste trabalho é apresentar uma parte da Teoria da Aritmética Modular, suas propriedades e algumas aplicações no cáculo de alguns códigos numéricos.

Definição: Se a e b são dois números inteiros que fornecem o mesmo resto quando divididos pelo inteiro m $(m > 0)$ então dizemos que a e b são côngruos, módulo m e representamos por $a \equiv b (\mathrm{mod} m)$.

Por exemplo, $17 \equiv 1 (\mathrm{mod} 4)$, pois ambos deixam resto 1, ao serem divididos por 4.

Fazendo uso das várias propriedades de congruência apresentaremos aplicações desta Teoria na formação de diferentes códigos numéricos de identificação, como códigos de barras que são encontrados praticamente em todos os produtos comercializados, no cálculo do dígito verificador do Cadastro de Pessoas Físicas (CPF), algumas formas de calcular o dígito verificador do Registro Geral (RG), pois, o cálculo deste é feito de formas diferentes em alguns Estados brasileiros e veremos também a aplicação de congruência na formação do código numérico do sistema International Standard Book Number (ISBN) de catalogação de livros, CD-Roms e publicações em braile, que foi criado em 1969.

Aplicando a indução matemática: o problema da torre de Hanói

E. Rocha da Silva, UFPE, eldaline_rocha@hotmail.com

S. de França Melo, UFPE, simone2melo@hotmail.com

A Indução Matemática é um método de prova matemática, bastante explorado em diversos ramos. Existem várias aplicações que destacam a beleza desse processo matemático.

Este conteúdo matemático é na maioria das vezes tratado em seu aspecto teórico, e acaba tendo suas admiráveis aplicações omitidas. E por esta razão, traremos aqui uma aplicação interessante, que está relacionada com o jogo Torre de Hanói. O jogo em questão é utilizado como um brinquedo, e na maioria dos casos, é encontrado com nove discos coloridos, empilhados do maior ao menor, formando uma torre.

Queremos com o uso de indução matemática, explorar a solubilidade do jogo Torre de Hanói para um numero n qualquer de discos e caso exista esta solução, determinaremos o numero mínimo necessário de movimento com os discos.

Para chegar às generalizações, inicialmente estuda-se o jogo para um, dois, três e quatro discos, buscando encontrar o menor número de movimentos para transferir a torre de um pino a outro, bem como uma regularidade entre as jogadas, obtendo uma solução para um número qualquer de discos. (WATANABE , 2004).

Ao observar esta regularidade, cada um se pergunta: o jogo tem solução para cada numero natural? Em caso afirmativo, qual é o numero mínimo de movimento para resolver o problema?

E é tentando responder estas questões que iremos trabalhar com regularidades, padrões, sequências, funções e processos recursivos, abordando ideias básicas da demonstração por indução.

Autômatos celulares: um poderoso instrumento de modelagem matemática

E. Rocha da Silva, UFPE, eldaline_rocha@hotmail.com

S. de França Melo, UFPE, simone2melo@hotmail.com

Os autômatos celulares são modelos matemáticos, que podem representar quase todos os sistemas evolutivos que se pode imaginar. Qualquer sistema com muitos elementos idênticos que interagem locais e deterministicamente podem ser modelados usando os autômatos celulares.

São vários os sistemas que se enquadram nessa definição como, por exemplo, criptografia, criatividade musical, sistemas sociais, a dinâmica da reprodução do DNA, a simulação de deslizamentos de terra, representações de dinâmicas das populações de seres vivos e conjuntos de moléculas durante uma reação química.

O conceito de Autômato Celular foi proposto por John Von Neumann e Stanislaw Ulam, no inicio dos anos 50, como modelos para estudar processos de crescimento e de auto-reprodução.

São discretos no tempo, no espaço e nas variáveis dinâmicas, cuja evolução é regida por regras simples. São formados por unidades simples que interagem entre si, influenciando o comportamento umas das outras. À medida que o sistema evolui dinamicamente, surgem comportamentos complexos.

O estudo, neste ramo de conhecimento da matemática discreta, atraiu um grande interesse nos últimos anos, devido a sua capacidade de gerar uma diversidade de padrões comportamentais complexos a partir de conjuntos de regras relativamente simples.

São várias as aplicações dos autômatos celulares, e em diferentes domínios da ciência, por exemplo, em biologia, em química, em sociologia ou em urbanística. A razão é clara: com regras simples, podem modelar um fenômeno complexo.

Cálculo fracionário

E.C. Ferreira, UNIFAL-MG, estela_cf@hotmail.com.br

J.C. Franco, UNIFAL-MG, janaina_posses@hotmail.com.br

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

O cálculo fracionário tem sua origem em 1695 com uma discussão entre Leibniz e L'Hospital tentando definir de que forma podemos derivar 1/2 uma função. Desde essa época ilustres matemáticos como Euler, Lagrange, Laplace, Fourier, Abel, dentre outros, contribuíram para o desenvolvimento dessa teoria que se preocupa em estudar integrais e derivadas de ordens arbitrárias.

Alguns conceitos preliminares são necessários para o estudo do cálculo fracionário. Podemos destacar a função Gama que é usada na definição de integral fracionária segundo Riemann-Liouville, a transformada de Laplace e o produto de convolução que são técnicas que facilitam a resolução de integrais e derivadas de ordem arbitrária. Diferentemente do cálculo usual, estuda-se a integral fracionária para depois definir a derivada fracionária a partir da integral, utilizando o teorema fundamental do Cálculo.

A teoria do cálculo fracionário ainda está em processo de construção e existem muitos problemas em aberto. Contudo, o cálculo fracionário é uma teoria que tem demonstrado grande potencial para aplicações na modelagem de problemas reais, e, portanto uma ferramenta que deve ser explorada a fim de se obter uma melhor aproximação da realidade.

Capacitação em tópicos de matemática para os professores do ensino básico

E.G. Silva, UFV, elizena.silva@ufv.br

A. Cambraia Junior, UFV, adycambraia@gmail.com

Nas últimas décadas, pesquisas apontam o péssimo resultado em relação ao conhecimento matemático que os alunos adquirem no Ensino Fundamental. Diversos fatores importantes influenciam nesse resultado, entre eles, a qualificação do docente. Observa-se que muitas vezes o professor apresenta deficiência em determinados conteúdos, necessitando aprofundar conhecimentos e refletir de que forma ocorre a sua prática pedagógica.

Nesta acepção, a melhoria da educação, depende, entre outros fatores, da qualificação docente. Nesse sentido, o projeto "Capacitação em Tópicos de Matemática para os Professores do Ensino Básico", contribui oportunizando e fornecendo condições para o aprimoramento na formação do docente, através da capacitação em tópicos importantes de Matemática, e consequentemente, para o aperfeiçoamento do ensino-aprendizagem em Matemática.

O projeto busca divulgar novas metodologias, tecnologias e técnicas de ensino e tem por objetivo geral estudar formalmente tópicos de Matemática relacionados a várias áreas, e permitir a construção, pelos professores do Departamento de Matemática, de material didático próprio ao desenvolvimento de cada tópico abordado, direcionado aos docentes (e discentes) das escolas básicas. Outro aspecto importante é que se estabelece um mecanismo de diálogo entre o Departamento de Matemática e a comunidade escolar, proporcionando uma troca de experiência e saberes sobre questões ligadas ao cotidiano da sala de aula.

Categorias de funtores abelianas

H.Teixeira, UFV, heber.teixeira@ufv.br

R.Carvalho, UFV, rogerio@ufv.br

A teoria de categorias foi introduzida em 1945 por Eilenberg e Maclane com o objetivo de tornar mais preciso o conceito de isomorfismos naturais. Seu desenvolvimento se deu no âmbito da topologia algébrica e da geometria algébrica onde foi aplicada com muito sucesso.

Categorias consistem em uma classe de objetos e conjuntos de morfismos entre eles. Conceitualmente, a teoria de categorias estuda os objetos sob o ponto de vista da interação entre eles (morfismos), sem olhar dentro dos mesmos, ou seja, sem definir seus "elementos". Como exemplos podemos citar a categoria $Sets$, cujos objetos são conjuntos e morfismos são funções, Ab cujos objetos são grupos abelianos e morfismos são homomorfismos e $VectK$ cujos objetos são espaços vetoriais e morfismos são transformações lineares.

Uma importante classe de categorias são as categorias abelianas. Estas categorias possuem certos objetos (e morfismos), tais como objetos nulos, núcleos, conúcleos, imagens e biprodutos, que satisfazem certas propriedades universais. A existência destes objetos, e suas propriedades, fazem das categorias abelianas um ótimo ambiente de trabalho. Exemplos de categorias abelianas são as categorias de grupos abelianos, de espaços vetoriais sobre um corpo, de módulos sobre uma álgebra, de feixes sobre módulos etc.

Um funtor $F : C \to D$ entre duas categorias é uma aplicação entre morfismos compatível com composição $F(fg) = F(f)F(g)$ e que leva unidade em unidade $F(1X) = 1F(X)$. Uma transformação natural $\varphi. : F \to G$ é um morfismo de funtores. Desta forma obtemos a categoria de funtores $\mathcal{F}(\mathcal{C}, \mathcal{D})$. Sejam C uma categoria qualquer e A uma categoria abeliana. O objetivo de nosso trabalho será mostrar que A induz uma estrutura de categoria abeliana na categoria de funtores $\mathcal{F}(\mathcal{C}, \mathcal{A})$. Como aplicação, obtemos se C é uma categoria K-linear com 1 objeto (uma K-álgebra) então a categoria de C-módulos $\mathcal{F}(\mathcal{C}, \mathcal{V}]\rfloor\sqcup\mathcal{K})$ é abeliana. Segue também que a categoria de pré-feixes é abeliana.

Códigos corretores de erros associados às sequências de DNA

D.E. da Costa Matoso, Unifal - MG, deh_matoso@hotmail.com

C.R.O. Quilles Queiroz, Unifal - MG, catia.quilles@gmail.com

A transferência da informação é uma preocupação tanto para a teoria de comunicações quanto para a genética, embora aparentemente não apresentem relação. Isso se dá, pois o sistema de comunicações envia mensagens no espaço de um lugar para o outro, e a genética envia mensagens hereditárias no tempo, em um sistema dinâmico.

Desde meados do século XX ocorrem grandes avanços tanto na engenharia de comunicação quanto na engenharia genética. Em 1953, a estrutura de dupla hélice do DNA foi decifrada por J.Watson, F.Crick, M.Wilkins e R.Franklin. Em 1948, Shannon estabeleceu a teoria fundamental de um sistema de comunicação digital. Desde então, a engenharia de comunicações vem realizando grandes avanços tecnológicos.

Em trabalhos recentes foi descoberto que as sequências de DNA podem ser identificadas como palavras-código de um código G-linear sobre a extensão de um anel de Galois. Além disso, que essas sequências de DNA e suas fitas complementares estão relacionadas matematicamente através dos polinômios primitivos e seus polinômios recíprocos, respectivamente. Em nosso trabalho, priorizou-se um estudo inicial dessas descobertas.

Estes resultados contribuirão para o desenvolvimento de um procedimento sistemático que poderá ser empregado em análises de mutações/polimorfismos com aplicações na engenharia genética.

Construindo porcentagens: jogo da fazendinha

F. Leite, UNIFAL-MG, flavialeite7@gmail.com

A.G.C. Giraldello, UNIFAL-MG, tidegiraldello@hotmail.com

C.R. de Oliveira Quilles Queiroz, UNIFAL-MG, catia.quilles@gmail.com

E. Santos de Jesus, UNIFAL-MG, erika_skika@hotmail.com

R. Siqueira Julio, UNIFAL-MG, resiju@gmail.com

O projeto de Extensão: Jogos no Ensino de Matemática, realizado na Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG), tem como finalidade desenvolver jogos embasados em algoritmos e conceitos matemáticos como uma metodologia de ensino diferenciada.

A criação do jogo "Fazendinha das Porcentagens" visou estimular o raciocínio e a compreensão do conceito de porcentagem, tão importante na vida cotidiana e geralmente pouco compreendida pelos alunos.

O jogo, basicamente confeccionado em E.V.A. e cartolina, consiste de um tabuleiro simbolizando uma fazenda na qual os jogadores devem organizar construções e plantações que são representadas por peças de diferentes tamanhos identificadas por ilustrações e que informam suas respectivas áreas. Para jogar o aluno precisa seguir as orientações indicando a área da fazenda reservada a cada construção ou plantação. O conteúdo das cartas do jogo foi planejado de forma a atingir diferentes níveis de dificuldade, os quais estão diretamente relacionados com a pontuação estabelecida, por exemplo: "Os feirantes estão tristes com a escassez na produção de alface. Invista em 45% de seu terreno para cultivar alface que no final você obterá lucro." (5 pontos). Com o resultado correto o aluno recebe a pontuação e expande sua fazenda.

Os alunos foram divididos em grupos de quatro, formando duas duplas adversárias. Cada grupo contou com o apoio de uma aluna participante do projeto para esclarecer dúvidas envolvendo regras e algumas operações relacionadas ao jogo, bem como para observar e analisar o desempenho destes alunos durante a aplicação.

As dificuldades em relação às operações básicas e aos conceitos de porcentagem foram intensas, porém os alunos realizaram uma boa interpretação das cartas e das regras do jogo. Os resultados obtidos foram satisfatórios. A intervenção contou com a participação de todos os alunos presentes em sala de aula e o conceito abordado pôde ser trabalhado com êxito.

Contando com funções geradoras

J.A. Cardozo, UFMS, jaquecardozomat@hotmail.com

A.C. Ribeiro, UFMS, andreia.ribeiro@ufms.br

Funções geradoras é uma das principais ferramentas para solução de problemas de contagem, especialmente problemas que envolvem a seleção de objetos nos quais a repetição é permitida. Essa técnica teve início com Abraham de Moivre (1667-1754), tendo sido aplicada extensivamente por L. Euler (1707-1783) em problemas de teoria aditiva de números, especificamente na teoria de partições. Este método foi muito usado por S. Laplace (1749-1827) no estudo de probabilidade e N. Bernoulli (1687-1759) utilizou este método no estudo de permutações caóticas. Por exemplo, o número de maneiras de retirarmos r objetos de um conjunto de n objetos distintos, $r \leq n$, é C_n^r, a função geradora ordinária para este problema é $f(x) = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \cdots + C_n^r x^r + \cdots + C_n^n x^n$, o qual é igual a: $f(x) = (1+x)^n$.

Definição: Se a_r, para $r = 0, 1, 2, 3, \ldots$, é o número de soluções de um problema de combinatória, a função geradora ordinária para este problema é a série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \cdots ,$$

ou, de maneira geral, dada a sequência (a_r), a função geradora ordinária para esta sequência é definida como a série de potências anterior.

Definição: As partições de um inteiro positivo n são as diferentes maneiras de se expressar este inteiro como soma de inteiros positivos onde a ordem das partes não é levada em consideração. Para tanto, suponha que o inteiro n é particionado como $\lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_m$ assumindo sem perda de generalidade $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_m (> 0)$.

Denotamos por $p(n)$ o número de partições de n.

Proposição: A função geradora para o número de partições de n $p(n)$ é dada por:

$$\sum_{n=0}^{\infty} p(n) x^n = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 - x^k}, \text{ onde } p(0) = 1.$$

O principal objetivo deste trabalho é apresentar algumas funções geradoras de partições de inteiros, com certas restrições.

Curiosidades sobre matrizes simétricas reais

A.D. Pena, UFU, aduarte@mat.ufu.br

D. Cariello, UFU, dcariello@famat.ufu.br

Existem vários problemas bonitos sobre matrizes simétricas. Nesse trabalho escolhemos discutir principalmente dois problemas que nos parecem interessantes e que se relacionam. O que é interessante sobre eles é que surgem como problemas análogos a um problema muito conhecido da Álgebra de Lie.

As soluções que apresentamos aos dois problemas são consequências do teorema espectral e de um resultado curioso que é fonte de diversas perguntas. O resultado mencionado que é interessante a Álgebra de Lie é:

Teorema: $A \in M_n(\mathbb{R})$ tem traço zero se e somente se existem $B, C \in M_n(\mathbb{R})$ tais que $A = BC - CB$. Nesse trabalho resolveremos os seguintes problemas relacionados com este teorema.

Problema 1: $A \in M_n(\mathbb{R})$ é anti-simétrica se e somente se existem matrizes simétricas $S_1, S_2 \in M_n(\mathbb{R})$ tais que $A = S_1S_2 - S_2S_1$.

Problema 2: $A \in M_n(\mathbb{R})$ é simétrica com traço zero se e somente se existe uma matriz $B \in M_n(\mathbb{R})$ tal que $A = BB^t - B^tB$.

Uma solução possível para o problema 1, decorre do seguinte teorema que por si só é muito interessante e que é uma consequência do teorema espectral.

Teorema: $A \in M_n(\mathbb{R})$ é diagonalizável se e somente se existem matrizes $S_1, S_2 \in M_n(\mathbb{R})$ simétricas tais que $S_1 = RR^t$ com $R \in M_n(\mathbb{R}), R$ invertível e $A = S_1S_2$.

Algumas perguntas interessantes que aparecem com o último teorema são as seguintes:

Pergunta 1: E as outras matrizes, que não são diagonalizáveis, também são produto de simétricas?

Pergunta 2: Qual o número mínimo de matrizes simétricas que são necessárias para serem multiplicadas e obter uma matriz qualquer?

Curvas elípticas e o teorema de Mordell

B. Andrade, UFU, b_andrads@hotmail.com

V. Gonzalo, UFU, gonzalo@famat.ufu.br

A história das curvas elípticas remonta à Grécia antiga e arredores, mais especificamente à área da teoria dos números que estuda equações diofantinas, procurando determinar soluções nos inteiros ou nos racionais para equações polinomiais. As curvas elípticas têm sido frequentemente utilizadas para lançar luz sobre alguns problemas importantes como em criptografia, o problema de empacotamentos de esferas, e o problema dos números congruentes.

Uma curva elíptica E sobre um corpo $\mathbb{K}$ é uma curva projetiva definida por uma equação do tipo

$$y^2z = x^3 + ax^2z + bxz^2 + cz^3$$

onde $a, b, c \in \mathbb{K}$ e o discriminante $\Delta = -4a^3c + a^2b^2 + 18abc - 4b^3 - 27b^2$ de E é não nulo.

Um dos fatos mais interessantes sobre as curvas elípticas é que, os pontos racionais sobre ela tem uma estrutura de grupo abeliano finitamente gerado, mais especificamente, temos o seguinte teorema:

Teorema de Mordell: Seja E uma curva elíptica dada pela equação

$$E : y^2z = x^3 + ax^2z + bxz^2 + cz^3,$$

onde a, b, c são inteiros e seja $E(\mathbb{Q}) = \{[x : y : z] \in E\ :\ x, y, z \in \mathbb{Q}\}$. Então $E(\mathbb{Q})$ é um grupo abeliano finitamente gerado.

Nosso objetivo é dar uma demonstração para o teorema de Mordell para o caso $a = 0$.

De Konisberg a Vitória: o problema das pontes da capital capixaba em uma atividade didática sobre grafos

L. Sá, IFES - Campus Vitória, lauro_sa@live.com

S.A. Fraga Silva, IFES - Campus Vitória, sandrafraga7@gmail.com

Apresentamos um problema sobre grafos que integra uma atividade realizada no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (Pibic/Facitec-Vitória) em parceria com o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid/Capes), com uma turma de ensino médio de uma escola pública do município de Vitória-ES.

A motivação para o trabalho com Grafos surgiu quando verificamos a presença desse tópico no Currículo Básico da Escola Estadual. O problema apresentado neste trabalho é fictício e foi elaborado parar associar o Problema das Sete pontes de Konisberg (1736) à cidade de Vitória, uma vez que a capital capixaba é uma ilha de geografia recortada que possui seis pontes de acesso ao continente.

Problema inicial: Os alunos do curso de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Espírito Santo (Ufes) estão realizando um trabalho sobre as pontes de Vitória.

Para isso, eles precisam atravessar as seis pontes que dão acesso à capital capixaba. Verifique se é possível que o grupo de estudantes realize algum trajeto que contemple todas as pontes que serão estudadas de forma que não repita a travessia de nenhuma ponte. Considere que os alunos partem da Ufes.

Este problema é o que mais provocou os alunos em sala de aula. Acreditamos que sua apresentação e a proximidade com a realidade contribuiu para a grande aceitação e engajamento dos alunos frente à atividade proposta.

Decaimento de energia e controle exato na fronteira para equação de Klein-Gordon

R.S.O. Nunes, ruiksonsillas@hotmail.com

O objetivo deste trabalho é estudar o problema de controle exato na fronteira para a equação linear de Klein-Gordon em domínios limitados de R^N que possuem a propriedade de extensão.

É mostrado que a energia da solução da equação de Klein-Gordon decai localmente a uma taxa polinomial, em qualquer domínio limitado do espaço N-dimensional (N inteiro positivo). O decaimento é essencial no estudo do problema de controle acima referido, usando o método de controlabilidade desenvolvido por D. Russell no início dos anos 70.

A estimativa de decaimento aqui apresentada generaliza vários resultados antes conhecidos apenas em espaços de dimensão 2 e 3.

Elaboração de sequência didática baseada na metodologia de resolução de problemas e Teoria de Grupos

T. Rodrigues da Costa, UnB, thafarel.rodrigues@hotmail.com

G. Grebot, UnB, guygrebot@gmail.com

Solitaire é um jogo que, no Brasil, é conhecido popularmente como Resta Um. É um quebra-cabeça cujo objetivo é deixar apenas uma peça em seu tabuleiro por meio de movimentos válidos.

Existem estratégias elaboradas para resolver o jogo que envolvem modelagens e conceitos matemáticos. Os conceitos matemáticos mais relevantes são: a função pagoda e a estrutura de grupos associada ao tabuleiro e suas peças. A função pagoda envolve a definição de certa soma aritmética e permite decidir quanto à impossibilidade de se chegar numa certa configuração.

A partir dessa motivação, elaboramos uma sequência didática baseada na metodologia de resolução de problemas, que tem por objetivo levar o aluno ao estudo do jogo e ao descobrimento de estratégias para a sua resolução. Em particular,o conceito de função pagoda é desenvolvido através das atividades e é usado como recurso na determinação de jogadas. Este trabalho se enquadra no âmbito do projeto PIBID/CAPES do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília.

Equações de Pell, uma outra relevante abordagem

R. Lima, UFMS, oliveiralimarafael@hotmail.com

Um tópico importante na teoria dos números é o estudo de equações com coeficientes inteiros em que se restringe a soluções inteiras. Esse estudo é chamado de Equações Diofantinas, pois a sua investigação se refere ao matemático grego Diofanto de Alexandria.

O objetivo deste trabalho é apresentar as equações de Pell, bem como alguns de seus resultados na teoria dos números. Tais equações são da forma $x^2 - dy^2 = 1$, com x, y e d inteiros, em que d não é um quadrado perfeito, pois se fosse, a equação admitiria apenas soluções triviais, detalhe que pode ser verificado.

Ou seja, o interessante é analisar d quando não é um quadrado perfeito e portanto quando $\sqrt{d}$ é um irracional.

A equação de Pell corresponde a pontos inteiros sobre uma hipérbole, assim um dos primeiros resultados que provaremos é que tais equações possuem uma infinidade de soluções além caracterizar a solução inicial. A ideia para determinar uma solução inicial da equação de Pell consiste no uso das frações contínuas, de cuja aplicação faremos uma boa observância neste trabalho. Complementamos o trabalho com alguns exemplos visando a resolução algébrica e caracterizando os resultados dando um enfoque geométrico.

Estabilidade de métodos numéricos para problemas de valor inicial

C. Viezel, FCT-UNESP, caroline_viezel@hotmail.com

R. Merejolli, FCT-UNESP, regimerejolli@yahoo.com.br

G. S. de Paulo, FCT-UNESP, gilcilene@fct.unesp.br

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) modelam diversos problemas da física, engenharias entre outros. Nem sempre é possível determinar a solução exata dessas equações. Para resolver tais problemas, geralmente são utilizados métodos numéricos que forneçam uma solução aproximada. Dentre estes há os métodos de diferenças finitas baseados na Série de Taylor, onde é feita uma aproximação da equação diferencial por uma outra equação denominada equação de diferenças. Entretanto, antes de se aplicar um método numérico é necessário verificar se este irá resolver satisfatoriamente o problema, ou seja, observar se a solução aproximada converge para a solução exata do problema.

Uma das propriedades que garantem a convergência da solução numérica é a estabilidade dos métodos numéricos. Este trabalho visa apresentar a análise de estabilidade de alguns métodos numéricos de diferenças finitas para Problemas de Valor Inicial (PVIs). Os métodos numéricos analisados foram os Métodos de Euler explicíto e implícito; Método dos trapézios; Métodos de Runge-Kutta de 2ª, 3ª e 4ª ordens e os Métodos de Adams-Bashforth e Adams-Moulton de m passos.

Estudo sobre relações interespecíficas: competição e predatismo

G.L. Dalle Vedove Nosaki, FCT - UNESP Presidente Prudente, gregorioluis@outlook.com

M.R. Alves Gouvei, IBILCE - UNESP São José do Rio Preto, maralves@gmail.com

Dentro dos Sistemas Dinâmicos Contínuos os estudos a respeito de dinâmica populacional ocupam uma posição de destaque dentro das aplicações. Essa área analisa o comportamento de uma ou mais populações de uma espécie que vivem dentro de um habitat no decorrer do tempo. Dentro de tais estudos podemos identificar pontos de equilíbrio entre as populações, situações em que a relação entre as espécies gera um ciclo entre o número de indivíduos de cada população ou até situações nas quais uma das populações se extingue.

Neste trabalho analisaremos dois tipos de relações interespecíficas que são referentes a duas espécies diferentes que dividem o mesmo espaço. No primeiro caso estudaremos a competição, onde as espécies precisam concorrer pelos mesmos fatores ambientais tais como alimento, disponibilidade de água, luz para fotossíntese dentro outros recursos naturais.

O outro tipo de relação interespecífica estudada aqui é o predatismo, descrito como sendo a relação onde uma espécie se alimenta de outra; é a denominada relação presa-predador encontrada em diversas bibliografias e em outros estudos envolvendo equações diferenciais.

Explorando o conceito de módulo projetivo em exemplos geométricos

R. Silva, UFPB, rafaelufrpe@gmail.com,

J. Rojas, UFPB, jacq@mat.ufpb.br,

G. Freitas, UFPB, gersica.jp@hotmail.com

Ao estudarmos a existência de conexões em módulos sobre anéis comutativos com unidade, verificamos facilmente que todo módulo projetivo admite uma conexão. Entretanto, como mostra o exemplo 1 da seção 2 deste trabalho nem todo módulo admite uma conexão. De fato, vários autores têm-se debruçado sobre a questão de determinar que classe de módulos admitem uma conexão. Por outro lado, sabe-se que as seções de um fibrado vetorial sobre uma variedade complexa e Hausdorff, M, são um $\mathcal{C}^{\infty}$-módulo projetivo finitamente gerado. Assim nosso foco neste trabalho será explorar de maneira direta quais dos módulos formados pelas seções do fibrado tangente da esfera, do cilindro e da faixa de Möbius em $\mathbb{R}^3$ são livres e/ou projetivos.

Fractais africanos em sala de aula

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

A. Moreira, UNIFAL-MG, alexmoreira11@hotmail.com

J.C. Souza Junior, UNIFAL-MG, jose.souza@unifal-mg.edu.br

O palácio real localizado em Camarões e construído pelo povo *kotoko* segue a estrutura de repetição em escala dos fractais geométricos, que podem ser divididos em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. O objetivo deste trabalho é relatar a atividade desenvolvida com estudantes do ensino médio sobre o tema Geometria: contribuições de diferentes povos. A atividade consistiu na leitura de texto específico sobre o assunto, na reprodução do palácio em papel e estudo da proporcionalidade no aplicativo GeoGebra.

O programa computacional foi utilizado para reconstruir o padrão observado no palácio através de manipulação da razão de proporção do retângulo inicial. A observação do caso particular onde a razão era $\sqrt{2}$ e todos os retângulos construídos eram semelhantes entre si, conduziu ao estudo das propriedades da folha de papel A4 e à reprodução da planta baixa do palácio neste tipo de folha. A atividade possibilitou a abordagem do conceito de proporcionalidade, razão de semelhança e construções geométricas, integrando conceitos matemáticos com tópicos de sua história e, proporcionando momentos de alegria e descoberta nas aulas de matemática, pois envolveram a turma toda colaborativamente.

Geometria dinâmica em 3D

J. C. Souza Junior, UNIFAL-MG, jose.souza@unifal-mg.edu.br

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

R. A. Calixto, UNIFAL-MG, rejicalixto@hotmail.com

Este trabalho apresenta duas atividades de visualização, manipulação e exploração de objetos tridimensionais utilizando o programa de geometria dinâmica GeoGebra versão 5.0, mais conhecido como GeoGebra 3D.

O GeoGebra é uma ferramenta computacional livre com potencial didático para o estudo de diversos conceitos matemáticos, podendo ser utilizados em laboratórios de informática de escolas públicas. O objetivo das atividades é contribuir para a aprendizagem significativa das fórmulas de volumes para alguns sólidos geométricos.

Na primeira atividade é proposta a decomposição de um prisma triangular em três pirâmides triangulares. A manipulação dos sólidos, juntamente com a possibilidade de rotações na busca de melhor visualização, favorece a compreensão de que os volumes das três pirâmides são iguais e consequentemente induz à conclusão de que o volume de uma pirâmide é um terço do volume do prisma de mesma base e mesma altura.

O propósito da segunda atividade é investigar a relação existente entre o volume de um cone e o de uma pirâmide de base triangular de mesma altura e com bases de áreas equivalentes. O GeoGebra permite visualizar diversas seções planas com áreas equivalentes, resultantes da interseção de vários planos com o cone e com a pirâmide. Assim utilizando o princípio de Cavalieri é possível compreender que estes sólidos possuem mesmo volume.

Geometria: experimentos e o programa GeoGebra como apoio ao ensino e aprendizagem

A.M. Gabetta Junior, IMECC - UNICAMP, amgjgabetta@ig.com.br

C.I. Rodrigues, IMECC - UNICAMP, claudina@ime.unicamp.br

O projeto desenvolvido foi constituído de duas partes: uma envolvendo a elaboração de experimentos que abordam conteúdos de geometria - apropriados para Ensino Médio - com o objetivo de auxiliar o professor no processo do ensino e de aprendizagem do aluno, e outra, envolvendo o desenvolvimento de atividades para serem realizadas por estudantes - do Ensino Médio e de cursos de graduação - valendo-se do programa computacional GeoGebra.

Devido à importância e à grande aplicabilidade em situações cotidianas, decidimos trabalhar com semelhança e volume de prismas e de pirâmides nos experimentos criados na primeira parte do trabalho. Para cada experimento elaborado, foi redigido um guia constituído dos procedimentos para a sua realização e outro material direcionado para o professor contendo orientações, apresentações de conteúdos, nomenclaturas, teoremas, demonstrações matemáticas, resultados esperados e uma série de exercícios pertinentes relacionados ao assunto trabalhado no experimento proposto. Por fim, para desenvolver as atividades computacionais na segunda parte do projeto, fizemos um estudo cuidadoso dos conceitos e conteúdos matemáticos relacionados à razão áurea, função afim e quadrática, pois uma base sólida e bom conhecimento referente aos conteúdos matemáticos são princípios essenciais para que o professor tenha condições de preparar uma boa aula e de transmitir o conteúdo da melhor forma possível aos seus alunos.

Introdução à geometria diferencial: um estudo aplicado à relatividade geral

P. Marçal, Unicamp, patriciaqmarcal@gmail.com

Uma métrica riemanniana sobre uma variedade diferenciável é uma forma bilinear, simétrica e positiva-definida, que determina a conexão de Levi-Civita no fibrado tangente. A noção de derivada direcional em $\mathbb{R}^n$ então estende-se à derivada covariante de campos tensoriais sobre a variedade. No caso pseudo-riemanniano, admite-se um tensor métrico não-positivo, e os conceitos riemannianos generalizam-se naturalmente. Em particular, tem-se o tensor de curvatura, invariante local que mede o desvio da variedade em relação a seu espaço tangente em cada direção.

Em Relatividade Geral, o espaço-tempo é uma variedade de Lorentz 4-dimensional, pseudo-riemanniana com assinatura (1,3), isto é, o tensor métrico tem um autovalor positivo associado ao tempo e três negativos associados ao espaço, de modo que é possível classificar vetores tangentes em tipos tempo, espaço e nulo. A luz, que descreve geodésicas, está associada a vetores do tipo nulo.

A equação de campo de Einstein afirma que a presença de massa-energia é proporcional à curvatura da variedade, interpretada como campo gravitacional. Historicamente, a primeira solução não-trivial para a equação foi a métrica de Schwarzschild, que admite singularidades cujo entorno confina as trajetórias geodésicas fisicamente possíveis. Nem mesmo a luz escapa de tais regiões, por isso ditas buracos negros.

Jogo no ensino de matemática: enigmas da divisão

E. Odorico, UNIFAL, li.elizandra@gmail.com

C. Santos, UNIFAL, cassiaunifal@yahoo.com.br

C. Queiroz , UNIFAL, catia.quilles@gmail.com

R. Julio , UNIFAL, resiju@gmail.com

Devido à dificuldade dos alunos em reconhecer e aplicar a divisão em uma situação problema, o objetivo desta atividade é encenar o algoritmo da divisão. Este jogo foi aplicado em três turmas do Ensino Fundamental, em uma das instituições parceiras da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG) no Projeto de Extensão: Jogos no Ensino de Matemática.

O jogo consiste de um dado; um tabuleiro contendo uma árvore confeccionada em E.V.A. que representa o dividendo e possui um retângulo representando o divisor; 60 laranjas também feitas em E.V.A.; 25 cartas de Enigmas; 96 cartas de divisores, em que estão os personagens envolvidos nos Enigmas; e 25 fichas apresentando o algoritmo da divisão. O objetivo do jogo é resolver os Enigmas, obedecendo as seguintes regras: Inicia o jogo quem tirar o maior valor no dado. O primeiro jogador retira uma carta no monte de Enigmas, em seguida resolve no tabuleiro, manusiando as laranjas e os divisores. Depois que este jogador apresentar a resolução no tabuleiro, o outro verificará se a resposta está correta. Se a resposta estiver correta, o jogador obtém a pontuação contida na carta, caso contrário, devolverá no monte. Assim que o jogador resolver o Enigma no tabuleiro ele colocará a sua resolução na ficha representando o algoritmo da divisão. O jogo termina quando todas as cartas dos Enigmas acabarem. Ganha o jogador que obtiver a maior pontuação.

Para o início do jogo, a turma foi dividida em grupos de quatro alunos formando duas duplas, em seguida foram introduzidas as regras. Na aplicação foram abordados os diversos atores do algoritmo, a saber, dividendo, divisor, quociente e resto. Um dos Enigmas, por exemplo, consistia no seguinte enunciado: Em um mercado há 26 laranjas para serem empacotadas em caixas que cabem 4 laranjas cada uma. Depois de encher as caixas, quantas laranjas restarão fora das caixas? Uma das duplas resolveu da seguinte forma: Colocaram 26 laranjas no dividendo, em seguida, agruparam as laranjas quatro a quatro na árvore totalizando seis grupos e sobrando duas laranjas, através deste raciocínio concluiram que cada grupo representava uma caixa, ou seja, seriam necessárias seis caixas para empacotar as laranjas e sobrariam duas laranjas fora das caixas. Assim pode-se trabalhar não apenas a busca pelo quociente, o que é feito geralmente, sendo que neste enigma o quociente já era explícito e neste caso era necessário achar o divisor para obter o resto. Além disso, alguns outros Enigmas trabalham em achar o dividendo; o divisor; o quociente; o resto; fazer uma multiplicação ou soma no dividendo e depois achar o quociente; somar no divisor e em seguida achar o quociente.

Com a aplicação desta atividade os alunos que tinham dificuldades na divisão, através da visualização e manuseio do material conseguiram perceber sua relação com o algoritmo de divisão. Percebeu-se ainda que alguns alunos possuem grandes dificuldades com a multiplicação, o que dificultou um pouco o andamento do jogo. De acordo com a produção de significados apresentada pelos alunos, podemos dizer que o jogo proporcionou novas explorações do algoritmo da divisão, sendo estas pouco abordadas no ensino.

Lineabilidade/espaçabilidade em subconjuntos de L_p

A.C. Oliveira, UFU, angelina_nyna@yahoo.com.br

V.V. Fávaro, UFU, vvfavaro@gmail.com

Nos últimos anos, um assunto que vem sendo fortemente pesquisado em matemática, principalmente em Análise Funcional, é a Teoria de Lineabilidade e Espaçabilidade. De maneira bem geral, lineabilidade é a busca por linearidade em ambientes em que, a priori, não se tem uma estrutura linear. Mais especificamente, se E é um espaço vetorial normado de dimensão infinita, 0 o vetor nulo de E e $A \subset E$, dizemos que A :

- *lineável* se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão infinita.
- *espavel* se $A \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão infinita e fechado na topologia de E.

O estudo de lineabilidade/espaçabilidade já foi feito em diversos contextos como, por exemplo, no conjunto das funções contínuas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ que não são diferenciáveis em nenhum ponto ou que não são monótonas em nenhum intervalo de $\mathbb{R}$, no conjunto das funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ que são *everywhere surjectives*, isto é, restritas a qualquer intervalo de $\mathbb{R}$ são sempre sobrejetoras, em conjuntos de sequências somáveis e em conjuntos de funções mensuráveis. Nessa linha, problemas interessantes são estudar lineabilidade e espaçabilidade de subconjuntos de funções mensuráveis. Mais especificamente, seja $p \geq 1$ e denote por $L_p[0,1]$ o espaço vetorial de todas as classes de equivalência de funções $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ tais que $|f|^p$ é mensurável no sentido de Lebesgue, ou seja, a integral de Lebesgue $\int_0^1 |f(t)|^p \, dt$ é finita. Este espaço torna-se um espaço normado completo (espaço de Banach) quando munido com a norma

$$\|f\|_p = \left(\int_0^1 |f(t)|^p \, dt \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Em Análise Funcional estudamos que se $q > p \geq 1$, então $L_q[0,1] \subset L_p[0,1]$. Sendo assim, o que podemos dizer do conjunto $L_p[0,1] \setminus L_q[0,1]$? Ele é não-vazio? Se for não-vazio, ele é lineável? E espaçável? Neste trabalho, provamos que o conjunto $L_p[0,1] \setminus L_q[0,1]$ é $\mathfrak{c}$-lineável, isto é, $(L_p[0,1]\setminus L_q[0,1]) \cup \{0\}$ contém um espaço vetorial de dimensão infinita e fechado; a dimensão deste espaço é $\mathfrak{c}$ (a maior possível, pois a dimensão do espaço $L_p[0,1]$ também é $\mathfrak{c}$), onde $\mathfrak{c}$ denota a cardinalidade do conjunto dos números reais.

Localização dos zeros dos polinômios de Taylor da função exponencial

F. Fernandes, UNB, filipematunb@hotmail.com.br

L. Cioletti, UNB, leandro.mat@gmail.com

Sabemos que a função exponencial não têm zeros. Também sabemos que os polinômios sempre têm raízes complexas. Desse modo, uma pergunta bem natural a ser feita é: o que acontece com os zeros dos polinômios de Taylor que aproximam a função exponencial?

Para responder parcialmente essa pergunta, estudamos, neste trabalho, a localização dos zeros dos polinômios de Taylor da função exponencial. Inicialmente, encontramos uma representação integral desses polinômios utilizando a fórmula integral de Cauchy. Em seguida, fazemos uma homotetia conveniente no plano, para que as raízes se encontrem em um compacto. Com isso em mãos, fazemos uso do método da descida mais íngreme para utilizar as ideias do método de Laplace na análise assintótica da integral sobre o grau do polinômio.

Considerando o comportamento assintótico da integral após a homotetia, conseguimos concluir que, fora de uma vizinhança de $z = 1$, os zeros dos polinômios convergem para a curva de Szegö.

Lógicas e geometrias: uma relação

L.H. dos Santos, IFSP, lucas.dossantos@hotmail.com

H.C. de Lourenço, IFSP, henriquecl_23@hotmail.com

V.R. de Carvalho, IFSP, rvaldecio@yahoo.com.br

L.N.S.C. de Barbosa, IFSP, linlyasachs@yahoo.com.br

Apresentaremos neste trabalho a lógica aristotélica como fundamento para a geometria grega dedutiva e a lógica moderna proporcionando bases para o desenvolvimento das geometrias não euclidianas no século XIX.

Entre as explicações das razões da mudança da geometria prática para a geometria dedutiva na Grécia está a de que Aristóteles, em suas obras, encadeava ideias de modo lógico - muito semelhante ao que se fez com a geometria grega - resultando na chamada Lógica Aristotélica, que poderia ter influenciado Euclides em sua obra Os Elementos, em que usou uma linguagem bastante parecida, diferenciando-se apenas pelos seus fins.

Por outro lado, inúmeras foram as tentativas de demonstração do quinto postulado de Euclides, até que no século XIX três matemáticos, independentemente, concluíram que ele não poderia ser provado e, mais que isso, poderia ser negado - culminando no surgimento das geometrias não euclidianas. Atribuímos esse resultado não a uma coincidência, mas a uma influência recebida pelo desenvolvimento de uma lógica distinta da aristotélica, a chamada lógica moderna, em que os termos lógicos não teriam relação alguma com a realidade intuitiva.

Matemática? Aprender para quê?

G.R. Batista, UFV, guilherme.batista@ufv.br

C.R.G. Dias, UFV, camila.rafaela@ufv.br

E.A. Lopes, UFV, edenilson.lopes@yahoo.com.br

L.P. Lima, UFV, leisa.lima@ufv.br

S.P. Freitas, UFV, shirleny.freitas@ufv.br

M.R. Santos, UFV, marli.santos@ufv.br

O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), na Universidade Federal de Viçosa (UFV), teve seu primeiro edital aprovado em outubro de 2008. Desde então vem desenvolvendo atividades voltadas à formação do licenciando da UFV, nas diversas áreas do conhecimento. Atualmente, a área de Matemática conta com dezenove bolsistas - quinze estudantes de Licenciatura, dos cursos diurno e noturno, três professores do Ensino Básico e uma professora do Departamento de Matemática da UFV - e vem atuando em três escolas estaduais de ensinos fundamental e médio do município de Viçosa/MG.

Este trabalho pretende apresentar os resultados de uma atividade elaborada por um grupo de bolsistas PIBID, a partir de suas preocupações com a aprendizagem significativa da matemática pelos alunos nas escolas. Nesse sentido, a contextualização matemática é focada como uma metodologia de ensino que pode vir a trazer resultados positivos.

Para analisar as possibilidades de se abordar a matemática por meio de atividades contextualizadas e aplicação real dos conteúdos, o estudo a ser realizado seguiu as seguintes etapas: pesquisa para fazer um levantamento do perfil dos alunos das classes atendidas pelos bolsistas, elaboração de atividades contextualizadas abordando os conteúdos do planejamento do professor de Matemática, aplicação das atividades com os alunos e análise qualitativa e quantitativa dos resultados.

Esse estudo de caso a ser realizado junto aos alunos, além de ser uma intervenção em sala de aula que busca por resultados mais satisfatórios quanto ao ensino de Matemática, visa também possibilitar a discussão sobre novas abordagens, resultados obtidos, pontos positivos e as dificuldades encontradas. Tal trabalho contribui para uma formação mais ampla dos licenciandos, futuros professores de Matemática, que tem assim a oportunidade de reelaborar suas compreensões sobre o ambiente escolar e estudar melhores formas de aplicar a fundamentação didática no ensino desta disciplina, de forma a fazer da aprendizagem a mais significativa possível.

Matemática financeira da vida para a sala de aula

M.M.A. Dias, UNIFAL-MG, marcelomad15@hotmail.com

R. Ribeiro, , UNIFAL-MG, renatinha_ribeiro_91@hotmail.com

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

Tendo em vista que é importante para o estudante como futuro cidadão ter acesso a informações sobre planejamento financeiro, sabendo escolher as opções que lhe serão mais vantajosas, este trabalho objetiva socializar os resultados de uma sequência didática aplicada a alunos do terceiro ano do ensino médio tendo como tema central a matemática financeira.

A ideia da proposta é estimular a construção do conhecimento e do saber financeiro por intermédio da resolução de problemas relacionados ao cotidiano, sem inicialmente dispor de fórmulas prontas, mas sim instigar a dedução das mesmas tendo por base os conhecimentos prévios dos estudantes, proporcionando assim uma aprendizagem mais significativa. Foram discutidas as diferentes técnicas de cálculo de juros, equivalência de capital e inflação, como o aumento persistente e generalizado no valor dos preços, promovendo a compreensão do valor do dinheiro de acordo com o tempo e da necessidade da correção desse valor com a aplicação dos juros.

A atividade permitiu abordar e reforçar conceitos que não estavam ainda consolidados pelos alunos, como o conteúdo de logaritmo, potenciação e radiciação, bem como o uso da calculadora científica. Após a intervenção os estudantes perceberam a necessidade de analisar as condições de pagamento.

Memória e cultura numa perspectiva interdisciplinar

M.N. Fernandes Alves, SMED, nilzafernandes06@yahoo.com.br

A.P. de Oliveira Cardoso, UESB, anaa.pmj@hotmail.com

D. Santos Sousa, UESB, dansantossouza@hotmail.com

W.J. Teixeira Cunha, UESB, wallacejtcunha@hotmail.com

Propomos abordar um projeto de intervenção educativa aplicada em uma escola municipal com alunos do Ensino Fundamental através de um caderno de situações problemas interdisciplinares. Através das ações dos bolsistas do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), apoiado pela CAPES (Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e gerenciado pela UESB (Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia), sob a Coordenação Pedagógica do curso de Letras e Matemática da Professora Dra. Ester Maria Figueiredo e do Professor Mestre Wallace Juan Teixeira Cunha, respectivamente.

Numa ação conjunta entre os Subprojetos Letras e Matemática do Ensino Fundamental no campus da cidade de Vitória da Conquista, estas atividades aconteceram na Escola Municipal Ridalva Corrêa de Melo Figueiredo, com alunos do 5º e 6º ano do turno vespertino. Foram desenvolvidas oficinas com os temas artesanato e artes plásticas, focalizando a cestaria, a cerâmica e as obras de Romero Britto e Escher, dentro de um projeto que abordou as manifestações culturais intitulado Linguagem e(em) Movimento que teve como objetivo incentivar a leitura e a escrita, a interpretação e resolução de problemas matemáticos tendo como ponto de partida as experiências vivenciadas pelos alunos nas oficinas. Desta forma, procuramos contextualizar estas abordagens na tentativa de valorizar e também resgatar aspectos éticos e cultuais presentes em todo grupo social, buscamos assim compreender as relações fundamentais entre o saber/fazer tão necessários para o diálogo entre escola e comunidade.

Novas operações com matrizes e algumas de suas aplicações

A.D. Pena, UFU, aduarte@mat.ufu.br

V. Bonfim, UFU, valdair@ufu.br

No desenvolvimento de tópicos de Álgebra Linear, precisamente, quando se introduz o conceito de exponencial de matrizes para um posterior estudo qualitativo dos sistemas de equações diferenciais ordinárias, naturalmente surgem as seguintes perguntas:

- É possível calcular a raiz quadrada de uma matriz A de ordem n?
- E calcular a sua raiz n-ésima?
- É possível calcular o seno e o co-seno de tal matriz? Em caso afrmativo, será que vale a identidade $sen^2(A) + cos^2(A) = I$?
- Que tipo de problema prático estes conceitos ajudam a resolver?

Veremos como é que alguns importantes resultados de Álgebra Linear podem nos ajudar no sentido de fornecer respostas elegantes para tais questões.

Acreditamos ser esta uma maneira interessante de despertar nos alunos o interesse pelo estudo de questões mais abstratas da Álgebra Linear como, por exemplo, os importantes Teoremas de Decomposição de Operadores Lineares.

O ensino de intervalos de confiança usando simulação

Thiago Carvalho Sousa, IME-USP, thiago.carvalho.sousa@usp.br

Mariane Streibel, IME-USP, streibel@ime.usp.br

Estimação por Intervalo de Confiança (IC) é um tópico pedagogicamente importante. Porém, pela maioria dos alunos, é raramente interpretado corretamente. O nosso objetivo com este trabalho é criar novas ferramentas, utilizando como base a simulação, para auxiliar estudantes a compreender corretamente as interpretações que obtemos a partir de um intervalo de confiança.

Métodos

1) Interpretação para Múltiplas Amostras

Desenvolvemos uma aplicação usando o ambiente estatístico R. Simulamos uma população que segue uma distribuição normal padronizada, e dela retiramos 100 amostras, com 100 elementos cada. E para cada uma calculamos os respectivos intervalos de confiança, com um coeficiente de 95%.

2) Gama de Valores Plausíveis

De um modo geral, dispomos de apenas uma amostra da população que estamos estudando, e dessa amostra construímos um Intervalo de Confiança. Dizemos que o intervalo constitui uma gama de valores plausíveis para o valor do parâmetro desconhecido. Temos confiança de que aquele intervalo o contém, mas não certeza. Confiamos no processo utilizado para calcular o intervalo. Cabe decidir se o intervalo gerado é plausível, ou não. Seguimos as simulações propostas por Bertie e Farrington (2003) e a atividade proposta por Robinson-Cox (1999), onde praticamos simulação, mas não a computacional: com uma raquete e bolinhas de tênis.

É benéfico utilizar-se de simulação para o estudo dos Intervalos de Confiança, porque temos a possibilidade de tratar de diferentes tipos de distribuições estatísticas e de ter total controle sobre as variáveis do processo: o tamanho da amostra, a quantidade de amostras, o nível de confiança do teste. E podendo visualizar graficamente os resultados gerados, é intuitivo e mais compreensível por parte dos alunos as interpretações corretas que um intervalo de confiança pode prover.

O GeoGebra como um recurso auxiliar no ensino-aprendizagem de funções afim e quadrática: experiência em sala de aula

J.A.S. Camargo, UNESP-IBILCE, ze_asc@yahoo.com.br

E.L.C. Fanti, UNESP-IBILCE, fanti@ibilce.unesp.br

Neste trabalho é apresentada uma ação desenvolvida junto a duas escolas estaduais de Ensino Médio de São José do Rio Preto, E.E. Profa Amira Homsi Challela e E.E. Monsenhor Gonçalves, parceiras no projeto do Núcleo de Ensino da UNESP "Metodologias Alternativas para o Ensino de Matemática: Informática e Jogos", desenvolvido em 2011, sob a coordenação da Profa. Dra. Ermínia de L. C. Fanti. O projeto foi realizado nos Laboratórios de Informática das escolas citadas, utilizando o software GeoGebra.

Trabalhou-se com todas as classes de 1^a série do EM do período diurno das duas escolas (6 classes da EE Profa Amira e 2 classes da EE Monsenhor, aproximadamente 240 alunos). Através da representação dos gráficos das funções polinomiais do 1^o e 2^o graus com o GeoGebra várias propriedades foram exploradas, dentre elas destacam-se: o tipo de gráfico de cada uma (reta ou parábola), intersecções com eixos, vértices (no caso da parábola), sinais. Ao desenvolver as atividades no laboratório os alunos foram instigados a responder várias perguntas e a anotar suas observações e conclusões.

O trabalho foi muito bem aceito pela maioria dos alunos, as atividades propostas geraram uma grande interação entre os mesmos, com discussões e descobertas interessantes, tendo em vista a dinâmica do software. Com base nas médias obtidas em duas avaliações feitas (uma antes das atividades e outra depois) pôde-se verificar uma boa melhora nas duas escolas, porém observou-se que ainda está longe de se obter um resultado ideal, pois as falhas e dificuldades dos alunos são muitas.

O inverso do teorema de Sarkovskii

V. Moitinho, UEFS, valtermoitinho@live.com

J. Barros, UEFS, jfb@uefs.br

Neste trabalho enunciamos e demonstramos o que se denomina o Inverso do Teorema de Sarkovskii. O que se procura é responder à questão: *dados* $r, k \in \mathbb{N}$, *com* $k \lhd r$, *existe uma função contínua, definida num certo intervalo, que tem pontos* r*-periódicos, mas não tem pontos* k*-periódicos?*

O método da condensação

L. Silva Viana, UFU, lucasfuter@gmail.com

D. Cariello, UFU, dcariello@famat.ufu.br

Definição: Denote por C(A) a matriz condensação que é obtida da seguinte maneira.

Exemplo: Seja a matriz $A = (a, b, c; d, e, f; g, h, i)$.

Defina a matriz $C(A) = (det(a, b; d, e), det(b, c; e, f); det(d, e; g, h), det(e, f; h, i))$.

Note que a matriz condensação é uma ordem menor que a original e que podemos condensar matrizes de qualquer ordem da mesma forma.

Definição: Denote por $I(A)$ a matriz interior de A, obtida eliminando a primeira e última linha primeira e última coluna de A.

Descrição do Método da Condensação: Para calcular $det(A0)$, calcule $A1 = C(A0)$; suponha definida As para $s < n$; calcule $An = C(An1) = I(An2)$.

O método deve parar quando An for uma matriz de ordem 1. O número dessa matriz An de ordem 1 é o determinante de $A0$.

Neste trabalho descutimos o método para matrizes de ordem pequenas e calculamos o determinante de algumas matrizes, comparando-o com outros métodos.

O software Maple no ensino de equações do 1^o grau: o caso do Pibid/IFBA/Campus Eunápolis

C. Vieira, IFBA - Campus Eunápolis, celhera@gmail.com

A. Alves, IFBA - Campus Eunápolis, alex.andrade.alves@gmail.com

D. Vargens, IFBA - Campus Eunápolis, neia_vargens@hotmail.com

T. Pinheiro, IFBA - Campus Eunápolis, taiannapinheiro@hotmail.com

O presente trabalho visa socializar uma experiência desenvolvida, através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Campus Eunápolis, Curso de Licenciatura em Matemática, onde os agentes envolvidos começaram a desenvolver práticas docentes que potencializam o uso da tecnologia informática associada ao ensino de matemática.

Para o desenvolvimento deste trabalho, fizemos uma avaliação escrita com problemas de vários tipos, que requeriam conhecimentos prévios necessários ao estudo das equações de 1^o grau. Em seguida, colocamos a turma em contato com o software Maple e mostrando passo a passo seus principais comandos, através de exercícios simples. Por fim, utilizamos o cálculo do índice de massa corporal (IMC) por se tratar de um assunto que está sempre presente no cotidiano.

Como resultados principais, destacam-se: (a) que os alunos não compreendiam: o conceito de potência, razão e proporção, porcentagem, números racionais e raiz quadrada, além de apresentarem dificuldades em associar a utilização da matemática em situações cotidianas; (b) os alunos se mostraram bastante interessados e participativos, durante a realização das atividades propostas; e (c) por fim, destacamos que o trabalho com softwares associados ao ensino de matemática, em ambientes informatizados de aprendizagem, foi uma estratégia eficaz na melhoria da qualidade do ensino de matemática.

O teorema de redução simplética

L. Brambila, UFPR, brambilalilian@gmail.com

Neste trabalho estudamos variedades simpléticas com simetrias. A motivação para este estudo se baseia na formulação hamiltoniana de sistemas mecânicos com simetrias. Especificamente, variedades simpléticas correspondem aos espaços de fase da mecânica clássica. Por outro lado, físicos clássicos observaram que na presença de um grupo de simetrias de dimensão n agindo num sistema mecânico, o número de graus de liberdade para posição e momento, pode ser reduzido em $2n$.

O objetivo deste trabalho é formular matematicamente este processo de redução de graus de liberdade. Tal formulação é devida a Marsden-Weinstein e Meyer, e é conhecida como Redução Simplética. O processo de redução simplética é importante no sentido geométrico, pois fornece a noção adequada de quociente na categoria das variedades simpléticas. Além de apresentar a prova do teorema de redução simplética, discutiremos exemplos de variedades simpléticas obtidas como quocientes simpléticos. Este trabalho faz parte da dissertação de mestrado da autora.

O uso de tecnologias no ensino dos números inteiros: o caso do Pibid/IFBA/Campus Eunápolis

V. Nascimento Rufino, IFBA, vrufino@ymail.com

V. de Amaral Santos, IFBA, amaralnessa@hotmail.com

J. Pereira de Souza, EMAAS, jm_7779@hotmail.com

F. Moraes Amaral, IFBA, fabiolo@ifba.edu.br

As dificuldades de aprendizagens encontradas pelos alunos da 6ª série de uma escola pública do município de Eunápolis em entender o motivo da existência dos números inteiros relativos, em particular com os negativos, gerou a necessidade de elaboramos uma intervenção que buscasse encontrar nas tecnologias digitais uma metodologia alternativa para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem do conhecimento matemático.

Nesse cenário, as tecnologias digitais, através do uso do software Maple e de calculadoras no ensino de matemática aparecem como aliadas para tornar o ensino mais atrativo, visto que grande parte dos alunos não aprende matemática por falta de interesse ou por certa aversão a disciplina.

A intervenção aqui proposta se estruturou metodologicamente em três etapas: a primeira, os alunos realizam uma pesquisa sobre o surgimento dos números inteiros e seu uso no cotidiano; a segunda, os alunos resolvem exercícios iniciais com o auxílio do software Maple, e, por fim, na terceira etapa, eles realizam atividades onde farão o uso da calculadora como elemento cognitivo nas operações com números inteiros.

Os resultados alcançados após a aplicação da oficina foram positivos, principalmente em relação às operações com números inteiros onde observou-se que os alunos tiveram melhoras significantes no aprendizado.

O uso do Criterio de Hurwitz na determinação da estabilidade do memristor de terceira ordem

M. Davoli Moreira, FCT - UNESP - Campus de Presidente Prudente, marilia_davoli@yahoo.com.br

V. Botta, FCT - UNESP - Campus de Presidente Prudente, botta@fct.unesp.br

Atualmente, a teoria das equações diferenciais tem sido muito utilizada em diversas áreas do conhecimento, como na física e na engenharia, por exemplo. Os sistemas de equações diferenciais ordinárias, particularmente, constituem um tópico bastante relevante no estudo das aplicações dos métodos matemáticos na modelagem e análise de fenômenos naturais.

Com a construção física do memristor em 2008 por uma equipe de cientistas da Hewlett-Packard Company, a comunidade científica reconheceu sua importância no desenvolvimento tecnológico mundial e tal assunto tornou-se uma importante fonte de pesquisa. A formulação teórica do memristor, postulada por Leon Chua em 1971, utiliza sistemas de equações diferenciais ordinárias em sua composição, e então o estudo do comportamento de tais sistemas é um tópico importante a ser pesquisado na área da Matemática.

Na análise da estabilidade dos sistemas que representam os memristores, a teoria de zeros de polinômios (em especial o Critério de Hurwitz) tem um papel fundamental, pois a determinação da estabilidade local do sistema está diretamente ligada ao comportamento dos zeros de seu polinômio característico. Portanto, pretendemos fazer um estudo detalhado da estabilidade local dos modelos matemáticos que representam os memristores, utilizando resultados clássicos da Análise, como o Critério de Hurwitz, que permite dizer se todos os zeros de um polinômio têm parte real negativa sem ser preciso calculá-los.

Oficina de matemática financeira utilizada como recurso didático

R.A.P. de Albuquerque, UFRPE, rubiaraujo.math@gmail.com

C.W. de Melo Silva, UFRPE, cynthiawaleria_silva@yahoo.com.br

D. Loureiro Roges, UFPE, dani.loureiro@yahoo.com.br

A realização de Oficinas nas escolas é uma ferramenta eficaz na interação entre alunos, apropriação de conhecimentos e também como método de visualização do conteúdo abordado na sala de aula. Como a Matemática Financeira é uma área de grande dificuldade para o alunado, a utilização de oficinas como recurso didático ajuda o aluno a aprender de maneira simples e lúdica beneficiando assim seu aprendizado.

A aplicação de novos recursos na educação como apoio didático deve ser pensada e desenvolvida objetivando o aprimoramento desse processo. No dia-a-dia o uso de cálculos financeiros é corriqueiro e, alinhado a isso, a realização de uma feira de troca e vendas como oficina auxilia no ensino e aprendizagem, fazendo com que o nível de curiosidade chegue a um patamar bastante significativo na construção do conhecimento.

A metodologia foi planejada com o objetivo de auxiliar os alunos da Escola Estadual Joaquim Xavier de Brito, localizada em Recife-PE, na prática de compra, venda e troca de produtos, além de abordar, de forma lúdica, os conteúdos vistos em sala de aula. Foram criadas três moedas, "Kinho", "Xavié" e "Chico", com valores específicos, utilizadas no cálculo de câmbio, simulando um ambiente de Bolsa de Valores.

O PIBID/Matemática da UFRPE adquiriu artigos de papelaria, bombonière e jogos matemáticos que serviram de consumo durante a realização da feira que compunha a principal atividade da Oficina. A oficina consistiu em dividir a turma do 7^o ano em três equipes, onde foram passadas questões com cálculos financeiros com os que, a partir dos acertos das questões, as equipes conquistariam as moedas para a realização da atividade.

Este trabalho teve como objetivo a aplicação da Oficina de Matemática Financeira como recurso didático para melhor discernimento de áreas da matemática consideradas complexas.

Para que servem os números: a experiência de pequenos cientistas em busca da embalagem mais vantajosa

S. Silva, UFRPE, sally.andrya@gmail.com,

L. Silva, UFRPE, leon.denis@dm.ufrpe.br,

T. Silva, IFAL, teofilo.viturino@ifal.edu.br.

Relataremos a experiência de oito alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental que se perguntaram por que as embalagens de biscoito são diferentes, e decidiram tentar descobrir "Para qual formato de biscoito a embalagem se torna mais vantajosa para o fabricante: redondo, quadrado ou retangular?". Este grupo, intitulado "Meninos trelosos", trabalhou este delicioso problema no Curso de Férias: "Para que servem os números?", curso de matemática da UFRPE. Este Curso de Férias faz parte do Programa Jovens Talentos da Rede Pública, que promove cursos para alunos e professores do Ensino Fundamental e Médio da Rede Pública no país. Em Pernambuco, este Curso de Férias conta com o apoio das universidades Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) e Federal de Pernambuco (UFPE), em parceria com o Espaço Ciência, recebendo apoio financeiro da CAPES e FINEP.

Este relato é um exemplo de como podemos incentivar alunos a buscarem o conhecimento, utilizando a curiosidade e a criatividade destes pequenos. Somando o conhecimento já adquirido por eles e apresentando novas ideias podemos atraí-los para o mundo do conhecimento científico, plantando a semente do desejo de fazer ciência.

Partições e as suas Representações

O.J.B. Martins, UFMS - Paranaíba, odeciojunior_27121991@hotmail.com

E.V.P. Silva, UFMS - Paranaíba, elenvps@gmail.com

Na Teoria Aditiva de Números existem várias identidades interessantes e importantes envolvendo o número de partições restritas e irrestritas de um número inteiro positivo n, que são usadas em inúmeras áreas distintas. Algumas dessas identidades quando vistas analiticamente possuem provas que exigem um conhecimento profundo de Análise e Álgebra, mas que, como identidades combinatórias, tem interpretações simples.

O objetivo deste trabalho é dissertar sobre algumas das representações de partições como, por exemplo, o *gráfico de Ferrers* e as representações em matriz de duas linhas como *Símbolo de Frobenius*, e mostrar através de exemplos que essas representações são ferramentas muito utéis na prova bijetiva de várias identidades combinatórias.

PIBID - Matemática: a utilização do tangram como recurso didático em uma escola de referência em ensino médio do estado de Pernambuco

A. Silva, UFPE, sandra_matematica89@hotmail.com

L. Silva, UFPE, nqc1986@hotmail.com

A. Meireles, UFPE, Meireles@dmat.ufpe.br

Este pôster foi produzido pelos bolsistas do PIBID - Matemática, UFPE, e monitores do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT - UFPE).

Temos como objetivo fazer um relato de uma oficina que realizamos em uma Escola de Referência em Ensino Médio, a qual é vinculada ao PIBID - UFPE, onde fizemos um trabalho muito bonito e proveitoso envolvendo frações, áreas e perímetros de figuras planas com a utilização do quebra cabeça Tangram.

Antes de partirmos para a exploração dos conteúdos em questão, fizemos junto com os alunos, a construção do Tangram por meio de dobraduras. Pedimos para que os alunos fizessem cartazes montando figuras com o quebra cabeça. Os alunos montaram figuras simétricas e tiveram essa percepção sozinhos, o que nos deixou muito felizes.

Na aula posterior, mostramos as relações de áreas e perímetros dos polígonos presentes no Tangram e pedimos aos alunos que eles relacionassem pares de peças.

As descobertas dos alunos foram muito interessantes e superaram nossas expectativas.

Planilhas eletrônicas no ensino de números inteiros: o caso do Pibid/IFBA/Campus Eunápolis

I.C. Reis, IFBA, isaias.reiis@yahoo.com.br

D. Pereira Vargens, EMGJP, neia_vargens@hotmail.com

G. Pereira Bomfim, IFBA, gerson.mat.bomfim@hotmail.com

A. Andrade Alves, IFBA, alexalves2@uol.com.br

O ensino de matemática via novas tecnologias tem sido um tema de recorrentes discussões no Brasil e no mundo, que ao longo do tempo vem ganhando espaço e despontando com fortes perspectivas de romper com o modo como se ensina e aprende matemática na realidade das escolas públicas brasileiras. Nessa vertente, a inserção de planilhas eletrônicas no ensino dos números inteiros contribui significativamente com o processo de ensino e de aprendizagem em Matemática. Dessa forma, propomos uma metodologia de ensino voltada à valorização de recursos tecnológicos, pois acreditamos que a função do ensino da matemática vai muito além de conceitos e algoritmos preestabelecidos; sua finalidade deve, antes de tudo, transpor barreiras, libertar o indivíduo, promulgar sua inserção no meio em que vive e dar-lhe condições de transitar outras realidades e transformando a sua.

Esse trabalho enquadra-se numa perspectiva de trabalho de pesquisa de cunho qualitativo, do tipo estudo de caso, que contou com a participação de 67 alunos do sexto ano de uma escola municipal de ensino fundamental, da cidade de Eunápolis, localizada no extremo sul da Bahia, distante 651 km de Salvador, desenvolvido através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, Campus Eunápolis, Curso de Licenciatura em Matemática.

Previsão da perda ocasionada pela inadimplência de clientes de cheque especial

W. Bertoli da Silva, UFSCar, wesleybertolli@hotmail.com

O enfoque principal deste trabalho recai mais especificamente sobre a perda ocasionada pela inadimplência, bem conhecida como LGD (*Loss Given Default*). De forma geral, a LGD nada mais é do que a perda econômica, expressa como um percentual da EAD, no caso em que um tomador de crédito entra em *default* que, quando ocorrido, inclui três tipos de perdas: a perda principal, a perda decorrente dos custos de empréstimos não quitados (inclusive os custos de oportunidade) e a perda relacionada às despesas relativas ao processo de cobrança e recuperação do crédito. Desta forma, podendo ser considerada uma variável aleatória cujo comportamento pode, em geral, ser aproximado pela distribuição de probabilidade Beta, a LGD é fortemente afetada pela taxa de desconto.

Assim sendo, consideramos uma amostra descaracterizada de 2000 clientes que possuem o produto conhecido como Cheque Especial (*Overdraft*) de uma grande instituição financeira que opera no Brasil. Foram observadas variáveis intrínsecasa cada cliente, variáveis relacionadas ao comportamento financeiro (*behavior*) durante o período considerado, além das principais movimentações de conta corrente. Outras variáveis relacionadas à quantidade de restritivos e negativações do cliente também foram consideradas, uma vez que esse tipo de informação é, em geral, bastante relacionada com as perdas financeiras das instituições. Logo, é proposta a construção de um modelo estatístico da classe dos modelos lineares generalizados que englobe as informações disponíveis, cujo ajuste possa ser adequado para a estimação deste, que é um dos principais parâmetros requeridos pelo Acordo de Basiléia.

Quais números reais possuem alguma representação exata?

S. Silva, UFRPE, sally.andrya@gmail.com

R. Silva, UFRPE, rodrigo.gondim.neves@gmail.com

Na escola básica estudamos diferentes representações para os números reais, a mais conhecida é a representação decimal, entretanto poucos números possuem uma representação decimal finita. Os números racionais possuem representações exatas, utilizando frações. Alguns números irracionais possuem uma representação finita através das operações aritméticas usuais e radicais reais. O objetivo deste trabalho é caracterizar os números irracionais para os quais existe uma representação exata nesse sentido.

Observando a Fórmula de Bhaskara para equações do 2º grau sabemos que quando suas raízes são reais, ambas podem ser expressas por meio de radicais reais. Já para as equações do terceiro grau, observando a Fórmula de Cardano notamos que algumas raízes reais podem ser escritas como somas de radicais reais e outras, eventualmente não, pois encontramos raízes reais como soma de radicais de números complexos. Será que é possível dizer quando uma raiz real de uma equação algébrica é o resultado de soma de radicais reais? Através da teoria concebida por Évariste Galois conseguimos afirmar quando um número real algébrico é obtido pela soma de radicais reais. Veremos o caso em que todas as raízes da equação são reais. Mas quando será possível exprimi-las, todas, utilizando radicais reais? Para as cúbicas irredutíveis que possuem as três raízes reais isso não é possível! A caracterização das equações que possuem todas as raízes reais e que estas podem ser exprimíveis via radicais reais é conhecido como Teorema de Ruffini Wantzel.

Recreações matemáticas promovendo a consolidação da multiplicação e suas propriedades: uma experiência

D.C. Afini, UNIFAL-MG, daisafini@gmail.com

A.G.C. Giraldello, UNIFAL-MG, tidegiraldello@hotmail.com

N.A.M. Batista, UNIFAL-MG, nalvaalf@hotmail.com

O presente trabalho apresenta uma experiência no ensino de Matemática a partir de recreações envolvendo operações elementares, principalmente multiplicação e divisão.

Esta experiência é originária do projeto "Olimpíada da Tabuada" desenvolvido pelos bolsistas de ID do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) na instituição escolar parceira ao programa. O projeto teve duração de um semestre letivo, envolveu todas as turmas de ensino médio e as intervenções aconteceram uma vez por semana com duração de uma hora-aula.

A sequência de atividades iniciou-se com a construção da Tabela Pitagórica, que ao invés de ser exposta no quadro negro de modo convencional foi elaborada com uma caixa de papelão com dimensões de 1,90m x 1,40m, aumentando a interação do aluno com o material didático. Em seguida, foram aplicados os jogos baralho matemático, batalha naval, dedo no gatilho e o bingo matemático.

A "Olimpíada da Tabuada" foi planejada para acontecer em duas etapas, sendo a primeira destinada à todas as turmas do ensino médio e a segunda designada as equipes classificadas de cada sala, que disputaram entre si para no fim restar apenas uma equipe vencedora. Os jogos e as intervenções ofereceram mecanismos aos alunos para o desenvolvimento do sentido aditivo da multiplicação, suas relações numéricas implícitas, a descoberta das regularidades existentes nas tabuadas e a estrutura algébrica das propriedades. Com essa metodologia os alunos puderam compreender a tabuada e assim garantir maior agilidade nos cálculos mentais e escritos.

Regularidade da tabela pitagórica

F. Vieira Ribeiro, Universidade Federal de Alfenas, fvr79@hotmail.com

R. Francisco Henrique, Universidade Federal de Alfenas, ricardotrovao25@gmail.com

R. Santos Nogueira, Universidade Federal de Alfenas, rogersnogueira@hotmail.com

A tabuada, tabela usada para definir uma operação de multiplicação de números naturais, ensinada no ensino fundamental (séries finais) e é útil para que o aluno compreenda e domine algumas técnicas de cálculo. Durante as atividades do PIBID na escola pública de ensino fundamental e médio, observaram-se dificuldades na resolução de problemas com operações básicas, incompreensão das propriedades e o uso de calculadoras, afetando a aprendizagem.

Assim, foi desenvolvido o projeto "Olimpíada da Tabuada" visando motivar os alunos a compreender as operações e suas propriedades algébricas. A construção da tabela pitagórica seguida de investigação numérica identificou padrões numéricos e propriedades algébricas desconhecidas pelos alunos. A tabela pitagórica é uma tábua de dupla entrada contendo o resultado das multiplicações do 1 ao 9. A tabela ajudou evidenciar as propriedades aritméticas de forma mais didática e significativa. Foram também investigadas curiosidades, como quadrados perfeitos, números primos e simetria. Contemplou a descoberta das propriedades comutativa, distributiva, associativa, elemento neutro da multiplicação. Isso se deu elaborando um questionário composto por cinco partes, cada uma explorando uma propriedade. Para a análise, foram feitos gráficos com desempenho dos participantes, dos quais, nortearam as seguintes conclusões: os alunos apresentavam dificuldades em formalizar algebricamente as propriedades aritméticas e a tabuada do zero era até então desconhecida por muitos.

A atividade lúdica proposta contribuiu para compreensão de conceitos aritméticos, gerando maior motivação nas aulas de matemática.

Relação entre a definição da topologia de Zariski no espaço afim e no espectro primo de um anel

E.M. Muniz Junior, UFU, enio@mat.pontal.ufu.br

P.B. Santos, UFU, patriciabs@pontal.ufu.br

Seja k um corpo algebricamente fechado e $A = k[x_1, \dots, x_n]$ o anel dos polinômios em n variáveis sobre k. Chamaremos de $\mathbf{n}-$espaço afim sobre $\mathbf{k}$ o conjunto $\mathbb{A}_k^n$ de todas as $n-$uplas de elementos de k. Passaremos então a interpretar os elementos de A como funções de $\mathbb{A}_k^n$ em k, definindo $f(P) := f(a_1, \dots, a_n)$, onde $f \in A$ e $P = (a_1, \dots, a_n)$ é um ponto de $\mathbb{A}_k^n$. Podemos definir uma relação entre A e $\mathbb{A}_k^n$ de forma que certos subconjuntos de A formem os fechados de uma topologia em $\mathbb{A}_k^n$. Essa topologia será definida por topologia de Zariski.

A definição da topologia de Zariski dada acima é aplicável no caso em que temos um anel de polinômios. No entanto, existe outra definição da topologia de Zariski que é construída a partir de qualquer anel comutativo com unidade. Neste caso, no lugar de um $n-$espaço afim, teremos o espectro primo do anel, que será o conjunto de todos os ideais primos do anel.

É natural esperar que esta definição da topologia de Zariski seja uma generalização da que foi apresentada anteriormente, mas este fato não é observado imediatamente. Para enxergarmos a definição dada no caso de um anel de polinômios como um caso particular da definição mais geral, deveríamos estabelecer um isomorfismo entre o $n-$espaço afim e o espectro primo do anel, mas isso nem sempre será possível, como mostraremos. Dessa forma, concluímos que a definição da topologia de Zariski dada a partir do espectro primo do anel é uma "generalização adaptada" daquela dada a partir do $n-$espaço afim, e, em alguns casos, mostra-se como uma generalização propriamente dita.

Relações entre raízes e coeficientes

E.R. Castro, FCT - Unesp - Campus de Presidente Prudente,
evanize_nize@hotmail.com

V. Botta, FCT - Unesp - Campus de Presidente Prudente, botta@fct.unesp.br

As relações entre raízes e coeficientes de um polinômio é um método utilizado para a determinação das raízes de uma equação polinomial através dos coeficientes da equação. Estas também podem ser denominadas Relações de Girard, devido ao matemático Albert Girard (1595-1632). Girard era algebrista e interessou-se, também, pela geometria esférica e trigonometria. Exemplificando os seus estudos na álgebra têm-se a sua percepção de que o número de raízes de uma equação polinomial é igual ao grau da equação, o que futuramente se tornou um importante teorema, e a notação algébrica utilizada por ele. Contudo, François Viète (1540-1603) percebera as relações entre raízes e coeficientes em uma equação cúbica, por exemplo. Viète era algebrista e realizou estudos na trigonometria e geometria. Teve grande importância no desenvolvimento do simbolismo algébrico, utilizando vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes. O raciocínio utilizado por ele era próximo à geometria, por isso interpretava operações algébricas fundamentais geometricamente, ou seja, associava a geometria com a álgebra, o que levava à não admissão de raízes e coeficientes negativos.

Assim, coube a Girard elucidar as relações entre raízes e coeficientes, admitindo em seus estudos raízes negativas, que são orientadas no sentido oposto ao dos números positivos, antecipando a ideia de reta numérica, e imaginária, com soluções formais para as equações. Sendo que a conservação das raízes imaginárias, referidos por ele, apresentam o princípio na formação de uma equação a partir de suas raízes.

Em suma pode-se observar que a diferença entre os estudos sobre as relações de raízes e coeficientes, realizado por cada matemático, é o fato de que Viéte apenas utilizava raízes positivas.

Representações de álgebras de Lie

V. Martins, UFV, victor.nascimento@ufv.br

M. Guerreiro, UFV, marines@ufv.br

Uma Álgebra de Lie é um espaço vetorial $\mathfrak{g}$ munido de um produto $[\,,\,] : \mathfrak{g} \times \mathfrak{g} \to \mathfrak{g}$ que é bilinear, antissimétrico e que satisfaz a identidade de Jacobi, isto é $[X,[Y,Z]] = [[X,Y],Z] + [Y,[X,Z]]$. No contexto das álgebras de Lie é interessante analisarmos algumas de suas representações, isto é, a descrição das álgebras de Lie como álgebras de transformações lineares.

No caso de uma representação fiel, por exemplo, a álgebra pode ser vista como uma subálgebra de transformações lineares, o que é comumente usado para álgebras de Lie de dimensão finita. Em particular a representação adjunta é uma das mais importantes, pois é utilizada para a classificação das álgebras de Lie simples de dimensão finita.

Abordaremos diferentes construções com representações, com o objetivo de estudar representações das chamadas "truncated current Lie algebras". As representações em que estaremos interessados neste trabalho são as chamadas representações de peso máximo, onde temos como objetos universais, os chamados módulos Verma. Para isso estudaremos algumas álgebras de Lie com uma propriedade adicional de possuir uma decomposição triangular.

Resoluções de equações diferenciais ordinárias (EDOs) por séries de potências

J. P. Borges, IFTO, matematica_julia@yahoo.com.br

H. U. dos Anjos, IFTO, hudsonanjps@ifto.edu.br

As equações diferenciais são de importância fundamental na matemática e em suas aplicações em engenharia, visto que são usadas para expressar matematicamente diversas relações e leis físicas. Estudamos a resolução de EDOs por meio de séries de potências, utilizando uma soma parcial dessas séries para o cálculo de valores da solução obtida, obtenção de um esboço da curva solução com o auxílio do sistema de álgebra computacional Maxima e comparação com a solução exata quando possível.

Utilizamos o método para obter uma solução por série da equação diferencial obtida da modelagem do aquecimento de um prédio utilizando a Lei de Resfriamento de Newton. Obtivemos assim a seguinte equação:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_{\text{ext}})$$

consideramos $T_{\text{ext}} = 45$ e fazendo $T(0) = 70$ obtemos como solução a série:

$$T(t) = 70 - 1,393t + 0,039t^2 - 0,001t^3 + ...$$

com a soma parcial de apenas os quatro primeiros termos da série obtivemos como valor pata $T(8) = 60,840$. Enquanto com a solução exata obtida por separação de variáveis foi, $T(8) = 60,973$. Um valor muito próximo para nosso problema.

A pesquisa, a pesar de extensa, foi muito instrutiva para a aluna de IC, pois compreendia uma introdução ao estudo das equações diferenciais ordinárias, e a um importante método de solução. Pudemos verificar com o estudo, que uma solução obtida pelo método das séries é tão bom quanto o obtido exatamente. Sendo que em muitas vezes não é possível obter a solução exata em termos de funções elementares, mas podemos obter uma série convergente. Uma das dificuldades encontradas foi encontrar aplicações reais que pudessem ser utilizadas para se obter uma solução por meio de séries, pois os casos encontrados na literatura não se encaixavam nas hipóteses do teorema de existência de soluções por série.

Seções cônicas e as esferas de Dandelin

R. Alves, UnB, rachelsaffir.alves@gmail.com

G. Grebot, UnB, guygrebot@gmail.com

Germinal Pierre Dandelin (1794 - 1847), matemático, desenvolveu um belíssimo trabalho sobre cônicas usando a relação, determinada por Apolônio de Perga, entre foco e diretriz. Ele inscreveu esferas no cone reto e provou que o ponto de tangência da esfera com a seção cônica era um foco desta. Com isso, era possível estabelecer uma relação entre as distâncias de um ponto P da curva ao foco e à reta diretriz. Assim, surge um teorema em parceria com Adolph Quetelet, seu amigo de colégio: quando uma esfera é inscrita num cone e tangencia um plano secante ao cone, o ponto de tangência entre a esfera e o plano é um foco da seção cônica. Embora pouco utilizado, este teorema prova, também, que a interseção do plano secante com o plano determinado pela circunferência de tangência da esfera com o cone é a diretriz da seção cônica.

O presente trabalho tem como objetivo provar o teorema de Dandelin - Quetelet seguindo a metodologia de resolução de problemas proposta por Polya. Para tal, desenvolvemos, no âmbito do Programa de Incentivo à Bolsa na Iniciação a Docência - PIBID/CAPES do Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, uma sequência didática com embasamento teórico-metodológico tanto do ponto de vista matemático quanto do ponto de vista didático. É evidente a deficiência no conhecimento das seções cônicas e de suas propriedades pela classe estudantil, incluindo graduandos em matemática, o que justifica a necessidade de uma sequência didática que trate deste tema.

Sobre as hipóteses do teorema do ponto fixo de Banach

U. Ferreira Costa, UFU, ueslei@mat.ufu.br

V. Bonfim, UFU, valdair@ufu.br

L. Resende Pereira, UFU, luciapereira@ufu.br

Uma aplicação $T : (M, d) \longrightarrow (M, d)$ é dita ser uma *contração* quando existe uma constante $\alpha \in (0, 1)$ satisfazendo $d(T(x), T(y)) \leq \alpha d(x, y), \forall x, y \in M$. Quando $\alpha = 1$, T é denominada uma *não-expansão*. O *Teorema do Ponto Fixo de Banach*, também conhecido como *Método das Aproximações Sucessivas*, afirma que se T é uma contração definida num espaço métrico completo (M, d), então T admite um único ponto fixo $x_0 \in M$, isto é, existe um único $x_0 \in M$ tal que $T(x_0) = x_0$. Este resultado é extremamente importante quando se pretende mostrar existência de solução para uma grande variedade de problemas, dentre os quais podemos citar: existência de soluções de sistemas de equações diferenciais ordinárias; existência de soluções de certas equações integrais; soluções de sistemas de equações algébricas não-lineares. Nosso objetivo é discutir a necessidade das hipóteses neste Teorema apresentando contra-exemplos onde a conclusão do mesmo não se verifica quando o espaço em questão não é completo ou quando a aplicação T não é uma contração. Pretendemos expor uma grande classe de exemplos, desde os mais simples até outros mais sofisticados, incluindo aí exemplos relativos às equações diferenciais parciais. Com relação aos sistemas de equações algébricas não-lineares, implementamos computacionalmente o método das aproximações sucessivas, o qual proporcionou uma ilustração dinâmica e bastante pedagógica deste método. Tal implementação também mostrou-se bastante adequada para a elaboração de conjecturas, tais como estimativas superiores para o diâmetro da bacia de atração de cada solução.

Taxas de decaimento para a energia associada a equação da onda com dissipação fracionária

M.F. Gauer, UFSC, mairagauer@gmail.com

Neste trabalho, consideramos o problema de Cauchy para a equação da onda com dissipação fracionária em $\mathbb{R}^n$:

$$u_{tt}(t,x) + Au(t,x) + A^\theta u_t(t,x) = 0, \quad (t,x) \in (0,+\infty) \times \mathbb{R}^n$$

$$u(0,x) = u_0(x), \quad u_t(0,x) = u_1(x), \quad x \in \mathbb{R}^n$$

onde (u_0, u_1) são os valores iniciais dados no espaço da energia:

$$u_0 \in H^1(\mathbb{R}^n), \quad u_1 \in L^2(\mathbb{R}^n),$$

e

$$A = -\Delta = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}, \quad x = (x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

O operador $A^\theta : \mathcal{D}(A^\theta) \subset L^2(\mathbb{R}^n) \to L^2(\mathbb{R}^n)(\theta \geq 0)$ com $\mathcal{D}(A^\theta) = H^{2\theta}(\mathbb{R}^n)$ é definido por

$$A^\theta v(x) = \mathcal{F}^{-1}(|\xi|^{2\theta}\mathcal{F}(v)(\xi))(x), \quad v \in H^{2\theta}(\mathbb{R}^n), \quad x \in \mathbb{R}^n$$

onde $\mathcal{F}$ denota a transformada de Fourier usual em $L^2(\mathbb{R}^n)$.

A energia total $E_u(t)$ para a equação (1) é dada por

$$E_u(t) = \frac{1}{2}(||u_t(t,\cdot)||^2 + ||\nabla u(t,\cdot)||^2).$$

Para cada $(u_0, u_1) \in H^1(\mathbb{R}^n) \times L^2(\mathbb{R}^n)$, o problema (1)-(2) admite uma única solução $u \in C([0,+\infty); H^1(\mathbb{R}^n)) \cap C^1([0,\infty); L^2(\mathbb{R}^n))$

Este problema tem sido estudado por vários autores, para a equação com $\theta = 0$ podemos citar Chill-Haraux e Radu-Todorova-Yordanov. Para o caso $\theta \in (0,1)$ não há muitos resultados, principalmente quando se trata de domínio não-limitado. Já para o caso $\theta = 1$, podemos citar Ikehata e Shibata. Karch estudou a autosimilaridade assintótica em tempo grande de soluções para o problema semilinear com $\theta \in (0,1/2)$.

Neste trabalho, temos por objetivo encontrar taxas de decaimento para a energia total e para a norma L^2 da solução quando $\theta \in (0,1]$. Os resultados foram obtidos através do método da energia no espaço de Fourier.

Taxas de decaimento para a energia associada a um sistema de ondas elásticas com potencial

J. Horbach, UFSC, jaqueluizah@gmail.com

Vamos considerar o seguinte sistema de ondas elásticas semilinear:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2\Delta u - (b^2 - a^2)\nabla \text{div} u + V(x)u_t + |u|^{p-1}u = 0, \qquad (t,x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^n, \\ u(0,x) = u_0(x), \qquad x \in \mathbb{R}^n, \\ u_t(0,x) = u_1(x), \qquad x \in \mathbb{R}^n, \end{cases}$$

onde $u = (u_1, ..., u_n)$ é o vetor de deformações e a, $b > 0$ são os coeficientes de Lamé e satisfazem $b^2 - a^2 > 0$.

Esse sistema de ondas elásticas tem uma não-linearidade do tipo $|u|^{p-1}u$ com

$$1 < p < \infty \quad (n = 2) \qquad \text{e} \qquad 1 < p < \frac{n+2}{n-2} \quad (n \geq 3).$$

Assumimos que o potencial $V(x) \in L^\infty(\mathbb{R}^n)$ e que existe uma constante positiva C_0 tal que

$$V(x) \geq \frac{C_0}{1+|x|}.$$

Para o caso da equação da onda com dissipação do tipo potencial:

$$u_{tt} - \Delta u + V(t,x)u_t + \eta|u|^{p-1}u = 0,$$

existem vários trabalhos com resultados sobre o decaimento e não decaimento da energia total. Recentemente, Todorova-Yordanov obtiveram taxas de decaimento para a energia total considerando $V(x) \approx (1+|x|)^\gamma$ com $0 \leq \gamma < 1$ e $\eta = 0$. Eles também estudaram o problema semilinear com $\eta = 1$.

Para o sistema de ondas elásticas em domínios exteriores, com uma dissipação localizada próximo ao infinito, Charão-Ikehata obtiveram taxas de decaimento polinomial assumindo uma condição adicional sobre os coeficientes de Lamé: $b^2 < 4a^2$.

Neste trabalho temos como objetivo mostrar a existência e unicidade de soluções e estudar o comportamento assintótico do sistema. Impondo condições adicionais nos dados iniciais vamos obter taxas de decaimento para a solução e para a energia total do sistema.

Teorema de Burnside

L. Bezerra, Unicamp, bezerra.luan@gmail.com

O estudo da Teoria de Representações teve início em 1896 com o trabalho de F. G. Frobenius (1849-1917) e com as cartas que trocava com R. Dedekind (1831-1916). Outro matemático importante para o desenvolvimento da Teoria de Representações foi William Burnside (1852-1927) que trabalhava, dentre outras áreas, com teoria de grupos, especialmente grupos finitos. Ao ler os trabalhos publicados por Frobenius, Burnside percebeu a importância desta nova teoria à sua própria pesquisa em grupos finitos. Um dos resultados mais importantes desenvolvidos por Burnside foi a demonstração, em 1904, de que um grupo cuja ordem é o produto de apenas potências de dois números primos é solúvel utilizando caracteres de representações de grupos finitos, teorema conhecido como Teorema $p^\alpha q^\beta$ de Burnside, ou simplismente Teorema de Burnside. Este trabalho consiste em apresentar tal demonstração em linguagem moderna.

Se por um lado este teorema parece sem profundidade à primeira vista, por outro até hoje não se conhece uma demonstração que utilize apenas resultados básicos da teoria de grupos finitos. Apenas em 1970 uma demonstração alternativa foi apresentada por D. Goldschmidt para o caso em que p e q são números primos ímpares utilizando um resultado profundo de teoria de grupos, conhecido como Teorema Z(J) de Glauberman. Matsuyama complementou o trabalho de Goldschmidt provando o teorema para o caso em que $p = 2$ e, somente em 1972, H. Bender apresentou uma demonstração que utilizava apenas teoria de grupos para quaisquer p, q primos, usando, dentre outros resultados, uma variante da noção de “Subgrupo de Thompson”de um p-grupo.

Teoremas clássicos de ponto fixo

A. Costa Marchesin, UFSCar, allan.marchesin@gmail.com

O presente trabalho apresenta o estudo de três teoremas clássicos de ponto fixo, são eles: teorema do ponto fixo de Banach, teorema do ponto fixo de Brouwer e teorema do ponto fixo de Schauder. Para o estudo destes teoremas foi feito um levantamento das principais definições bem como dos principais teoremas e proposições de espaços topológicos, em especial dos espaços de Banach.

A demonstração dos três teoremas aqui apresentados é analítica, feita a partir e através das ferramentas conhecidas da análise matemática. Para esta abordagem, foi necessário fazer inicialmente o estudo do teorema do ponto fixo de Banach, este, garante que uma contração de um espaço métrico completo nele mesmo, possui um único ponto fixo. Este teorema foi necessário para demonstrar o teorema do ponto fixo de Brouwer.

Por sua vez, o teorema do ponto fixo de Brouwer, garante que toda função contínua da bola fechada unitária do R^n possui ponto fixo.

Por fim, fazemos o uso do teorema do ponto fixo de Brouwer, para demonstrar que toda aplicação contínua de um subespaço compacto e convexo de um espaço vetorial normado nele mesmo, possui um ponto fixo, isto é, o teorema do ponto fixo de Schauder.

Teoria da deformação e alguns números característicos de certas famílias de curvas

A.L. Meireles Araujo, UFPE, meireles@dmat.ufpe.br

F. Pereira Lima, UFPE, fabio.p.l@hotmail.com

Problemas que procuram determinar o número de curvas de um certo tipo que satisfazem uma determinada condição são velhos conhecidos da Geometria Enumerativa. Em $\mathbb{P}^2$, podemos olhar para alguns problemas clássicos como “quantas retas passam por 2 pontos?” ou “quantas cônicas passam por 5 pontos em posição geral?”, sem grande dificuldades para enxergar tais soluções. Porém, ao levarmos tais problemas ao $\mathbb{P}^3$, determinar as soluções dos mesmos se mostra uma tarefa bem mais complexa. Pensando nas curvas em questão como retas, cônicas, cúbicas reversas ou cúbicas elípticas, como determinaríamos o número de tais curvas incidentes a um dado número de retas em posição geral (p.g.) em $\mathbb{P}^3$?

Utilizando uma interpretação geométrica da teoria da deformação e tendo como informação base a dimensão do espaço de parâmetros da curva desejada, podemos levar nossa procura por soluções em $\mathbb{P}^3$ parcialmente para o $\mathbb{P}^2$, especializando as retas a um hiperplano fixado. Note que, o processo de especializar retas ao plano facilita o cálculo das soluções, já que, nas novas configurações, podemos utilizar resultados da geometria enumerativa para curvas em $\mathbb{P}^2$ (como os obtidos para curvas racionais por Kontsevich), que aliados a algumas ferramentas da geometria algébrica (como fibrados, classe de Chern, etc) nos permitem obter os números desejados. Por exemplo, usando tal raciocínio podemos determinar as 92 cônicas incidentes a 8 (dimensão de seu espaço de parâmetros) retas em posição geral, podemos determinar as 2 retas incidentes a 4 retas em p.g., as 1500 cúbicas elípticas incidentes a 12 retas em p.g. e as 80160 cúbicas reversas incidentes as 12 retas em posição geral em $\mathbb{P}^3$.

Teoria dos jogos: uma aplicação da álgebra matricial

B. Rondolfo, IFSP Araraquara, biancarondolfo1@hotmail.com

A. Simoni, IFSP Araraquara, andreiarsimoni@gmail.com

A teoria dos jogos e dos jogos matemáticos foi desenvolvida por matemáticos e economistas com o objetivo de estudar estratégias sobre a tomada de decisões nos jogos de estratégias empresariais a fim de determinar resultados lucrativos em uma competição onde há interesses de dois ou mais agentes. Assim torna-se possível prever a ação de um oponente e tomar a melhor decisão para a vitória no jogo.

Por outro lado, o estudo da teoria dos jogos implica no estudo de um modelo matemático baseado na álgebra matricial, pois utiliza matrizes para o desenvolvimento das estratégias e para a distribuição de probabilidades dessas, podendo, assim, ser usada como motivação para o estudo da disciplina nos diferentes níveis.

O objetivo deste trabalho é estudar o modelo matemático utilizado nas diferentes estratégias abordadas na teoria dos jogos e na teoria dos jogos matemáticos e fazer uso desse conhecimento como elemento motivador no estudo da própria matemática, onde o aprendizado é deficiente.

Triângulos em categorias derivadas

M. Fidélis, UFV, michele.fidelis@ufv.br

R. Picanço, UFV, rogerio@ufv.br

S. Fernandes, UFV, somari@ufv.br

Nesta apresentação, introduziremos o conceito de categoria derivada de uma categoria abeliana e mostraremos que, apesar da categoria derivada não ser abeliana é possível definir sobre a mesma, uma estrutura triangulada cujos triângulos fazem o papel das sequências exatas.

Seja A uma K-álgebra de dimensão finita sobre um corpo K. Um dos principais objetivos na Teoria de Representações é o estudo da categoria de A-módulos. Sabemos que a categoria de A-módulos é uma categoria abeliana e, portanto, possui sequências exatas curtas. Isto é fundamental, pois diversas informações da categoria de módulos, como módulos indecomponíveis e morfismos irredutíveis, por exemplo, são fornecidas por certas sequências exatas curtas, conhecidas como Sequências de Auslander-Reiten.

Importantes informações homológicas de uma álgebra são fornecidas pela categoria derivada $D(A)$ de sua categoria de A-módulos. Um problema em lidar com categorias derivadas é que, em geral, elas não são abelianas e assim perdemos as sequências exatas curtas. Entretanto, as categorias derivadas são categorias trianguladas. Os triângulos desta estrutura possuem diversas propriedades que, de certa forma, substituem as sequências exatas curtas. Além disso, categorias derivadas limitadas de álgebras de dimensão finita possuem triângulos de Auslander-Reiten que cumprem um papel similar ao das sequências de Auslander-Reiten, ou seja, descrevem objetos indecomponíveis e morfismos irredutíveis.

Um estudo introdutório sobre teoria da medida, o espaço de probabilidade

P.Y.S. Rampazo, FCT UNESP, patriciaysr@gmail.com

J. R. Nogueira, FCT UNESP, jrnog@fct.unesp.br

Entre os tópicos de análise, o estudo da teoria da medida é certamente o de maior carga de responsabilidade. Munido de teoremas fundamentais, que garantem as convergências que estão no cerne daquela área, dela depende toda a análise funcional sendo que, por outro lado, a medida pode apresntar em sua base um pouco mais que o estudo de séries numéricas na reta e a teoria dos conjuntos para erigir sua própria teoria.

Nosso objetivo é apresentar um condensado das noções iniciais e principais da teoria da medida em espaços mais gerais. Unindo estes conceitos às definições básicas da probabilidade, apresentamos o espaço de probabilidade (Ω, F, P) formada por um conjunto Ω, uma σ-álgebra F em Ω e uma medida positiva P nesta σ-ágebra tal que $P(\Omega) = 1$. O conjunto Ω é chamado de espaço amostral e os elementos de F são chamados eventos. Com este espaço de probabilidade definido, podemos demonstrar vários teoremas e proposições da teoria das probabilidades. Como por exemplo: "uma probabilidade finitamente aditiva é uma probabilidade se, e somente se, é contínua no vazio". Ou ainda que no estudo da esperança matemática utiliza-se o conceito de integral; porém em alguns casos há uma deficiência na integral de Riemann-Stieltjes, sendo necessário utilizar a integral de Lesbesgue-Stieltjes.

Este trabalho é parte de estudos realizados em projeto de iniciação científica junto ao departamento de Matemática, Estatística e Computação da FCT/UNESP com financiamento da Fundação de Amparo a Pesquisa FAPESP.

Um estudo sobre a dinâmica de equações de diferenças de primeira ordem

R.C. Mendes, UFOP, reginaclaudiac@gmail.com

J.C. Espírito Santo, UFOP, jcesares@iceb.ufop.br

Neste trabalho estudaremos equaçoes de diferenças de primeira ordem, isto é, equações na forma geral dada por

$$x(n+1) = f(x(n)),$$

em que x é uma sequência e f uma função real. Tais equações surgem em estudos de fenômenos como o crescimento populacional ou de objetos que evoluem discretamente com o tempo (ou a variável independente).

A equação como se encontra acima, em conjunto com uma condição inicial $x(n_0) = x_0$, compõe o que chamamos de um problema de valor inicial, neste caso, não-linear de acordo com a não-linearidade da função f. Tal não-linearidade implica em certas dificuldades para o estudo e obtenção das soluções o que justifica a abordagem numérica deste tipo de problema e como a solução depende dos valores iniciais.

Assim, nosso trabalho está focado no estudo da estabilidade destas equações, passando pelos conceitos de pontos de equilibrio, pontos periódicos e ciclos até o estudo de um critério para a estabilidade assintótica dos pontos de equilíbrio. Neste percurso estudamos também uma abordagem numérica para a obtenção das soluções com ênfase para as equações logísticas.

Um novo olhar sobre o ensino de função linear e afim

H.M.P. Oliveira, UNIFAL-MG, helen.pedrosa@yahoo.com.br

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

O objetivo deste trabalho é apresentar os resultados de uma sequência didática desenvolvida para o estudo da função linear e afim, utilizando a metodologia da visualização/experimentação com objetos de aprendizagem especialmente desenvolvidos para este fim. O material didático foi elaborado de maneira contextualizada. Na proposta, foram utilizados recursos computacionais de fácil manipulação e de livre acesso para os estudantes, com a finalidade de tornar a aula mais interativa. A sequência didática foi aplicada a uma turma de vinte alunos do primeiro ano do ensino médio de uma instituição parceira do PIBID. Para esta atividade foram concebidos objetos de aprendizagem, alguns destes implementados no programa de matemática dinâmica geogebra, outros utilizando planilhas eletrônicas, sempre procurando estabelecer a relação dependência entre as variáveis, a lei de formação da função, a exploração de gráficos tanto de domínio contínuo quanto de domínio discreto e a investigação dos possíveis caminhos para solucionar problemas envolvendo função linear e afim.

Ao fim da intervenção, foi possível constatar o quanto atividades interativas como esta podem instigar e motivar os estudantes. Além da discussão construtiva feita entre eles, que se questionavam a todo momento, para definir qual o método correto a cada exercício. Conclui-se que a atividade contribuiu para o avanço dos conhecimentos de função linear e afim dos aprendizes, e como profissionais em formação, a metodologia adotada nos proporcionou atuar como mediador entre o objeto de estudo e o aprendiz, criando um novo cenário em que os estudantes também são integrados ao processo de investigar e fazer matemática.

Uma abordagem estatística com uso de cópulas para o cálculo do capital regulatório em risco operacional

G. Requena, DES – UFSCar, requena_guara@hotmail.com

C. Diniz, DES – UFSCar, dcad@ufscar.com

O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia tem como principal objetivo, através de acordos, assegurar um nível adequado de capital regulatório, que tem com fim proteger e reforçar a segurança e solidez do sistema financeiro internacional. No Acordo de Basileia II (2004) foi introduzido o conceito de Risco Operacional que é: a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes de falha, deficiência ou inadequação de processos internos, pessoas e sistemas, ou de eventos externos. Exemplos são: fraudes, acidentes, falhas em sistemas, erros em transações etc.

A questão central desse trabalho é mostrar uma ideia de uma nova abordagem de cálculo do capital regulatório, pois o cálculo como é feito hoje (usual) não leva em consideração a dependência estocástica entre as variáveis aleatórias perdas operacionais, de cada par unidade de risco/linha de negócio, pelo fato de o capital ser calculado separadamente e depois somado. Assim, com o uso do cálculo usual, o capital é superestimado levando os bancos a alocarem mais capital do que realmente o necessário. Como a dependência entre tais perdas é intrínseca, ela deve ser levada em consideração no cálculo do capital a ser alocado.

Essa nova abordagem traz consigo o uso da Teoria de Cópulas para captar as diferentes formas de dependência entre as perdas e construir uma distribuição estocástica conjunta de duas ou mais variáveis perdas (definindo assim o OPVaR bivariado). Tendo essas distribuições fazemos um estudo das vantagens estatísticas dessa abordagem e mostramos resultados comparando os dois métodos: o usual e o proposto.

Uma caracterização para famílias de partições com crank positivo

C.P. Andrade, Unicamp, cissamat@gmail.com

K.C.P. Silva, Unicamp, kenia@ime.unicamp.br

E.V.P. Silva, Unicamp, elenvps@gmail.com

O objetivo deste trabalho é apresentar a demonstração de um teorema obtido através da análise de uma tabela construída a partir de uma das representações como matriz de duas linhas para partições irrestritas. Para criar essa nova estatística, dividimos o conjunto S dessas matrizes em n classes de equivalência $\begin{pmatrix} t \\ j \end{pmatrix}$, com $t+j=n$, somando as linhas e obtendo uma matriz de ordem 2×1. E, então, a tabela é formada pela cardinalidade dessas classes de equivalência.

Seja $l(p)$ a maior parte de p, $w(p)$ o número de $1's$ em p e $m(p)$ o número de partes maiores do que $w(p)$. Define-se *crank* de uma partição p como o número dado por $l(p)$ se $w(p)=0$, ou $m(p)-w(p)$, caso contrário. Dado n denotamos por $cp(n)$ o número de partições de n com *crank* positivo. A partir dessa definição e da análise da tabela temos que a sequência formada pelos elementos de cada linha i até a coluna $j = \left\lfloor \frac{i(i-1)}{2} \right\rfloor$ retrata a sequência das partições de crank positivo. Assim, segue o seguinte resultado:

Teorema: O número de partições de n com *crank positivo (negativo)* é igual ao número de matrizes de duas linhas na forma

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_s \\ d_1 & d_2 & d_3 & \dots & d_s \end{pmatrix}$$

e deve satisfazer as relações:

$$c_k \neq 0, c_t \geq 2 + c_{t+1} + d_{t+1}, \forall t < k, 2n-4 = \sum c_t + \sum d_t, n-4 = \sum d_t.$$

Para a demonstração utilizamos a caracterização da representação como matriz de duas linhas da construção da tabela, associando cada partição de n com crank positivo a uma matriz da forma acima citada.

Uma forma dinâmica e interessante de ensinar matemática e cidadania em sala de aula

G. Peixoto Campos, UFPE, gesica.pcampos@gmail.com

L.F. de Santana, UFPE, lenilson_ufpe@hotmail.com

A.L. Meireles Araujo, UFPE, meireles@dmat.ufpe.br

Este trabalho mostra os resultados de um relato de experiência feito na escola Senador Novaes Filho com alunos do 6º ano do ensino fundamental através do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência da UFPE. O intuito é fazer uma interdisciplinaridade com outras disciplinas (neste caso, com literatura), ensinando, juntamente, cidadania e matemática de uma forma dinâmica, usando como um recurso didático o jogo tangram. O trabalho consiste em um recital da história dos Três Porquinhos em forma de Cordel, sendo, a mesma foi ilustrada com peças do tangram.

O recital foi feito para apresentar na feirinha cultural da escola, cujo tema era cidadania, e nós, monitores, junto com a professora efetiva da turma, recebemos a missão de relacionar matemática com cidadania e que fosse um assunto, no caso meu e de Lenilson, que a quinta série pudesse abordar. Tivemos uma semana pra fazer o planejamento e toda a idéia para a feirinha, que foi a seguinte: pensamos em contar uma história que tivesse um tipo de ensino cidadão (uma lição de vida), e como com o tangram podemos formar mais de mil figuras, pensamos nele para ilustrar a história, e, por fim, achamos interessante procurar alguma história relacionada com o nordeste, para valorizar nossa cultura, e, procurando, encontramos várias historinhas infantis escritas em forma de cordel; daí foi escolhido a historinha mais fascinante para os meninos, pois o grupo era de dez meninos: a dos três porquinhos.

Durante as três semanas para a construção do recital, ensinamos primeiramente aos meninos o que é um tangram, contamos a lenda e curiosidades do jogo, e como eles mesmos tinham que ilustrar o recital com as peças do tangram, ensinamos as figuras, que são sete: um triângulo médio, dois triângulos pequenos, dois triângulos grandes, um quadrado e um paralelogramo. Foi ensinado a fazer as figuras também com cortes, feitos apenas com a régua, aprenderam a usar a régua, a fazer medições, proprocionalidade e aproveitamos para falar da relação de area que as figuras do tangram tem. Foram feitas mais de cinquenta cortes de tangrams para fazer as cenas e o título do trabalho, "Tangram e cidadania", com cartolina, além das lembrancinhas que foram cerca de cem tangrams pequenos feitos de emborrachado. Eles também aprenderam o que significa cidadania, o que é ser cidadão e o que é um cordel. Aprenderam a recitar cordel com a estória dos três porquinhos e decoraram o poema para o dia da apresentação. Além de ter aprendido com a historinha sobre trabalho e ajudar o proximo. E durante as tres semans houve muita cumplicidade e ajuda por parte dos alunos, os que tiveram mais facilidade de aprender ensinaram os outros, além dos colegas que não iriam participar do recital também querendo ajudar.

Uma sequência didática para funções trigonométricas

L. Storti, UNIFAL-MG, lahstorti@gmail.com

R. Marques, E.E. Dr. Emílio Silveira, reoli.marques@yahoo.com.br

Após a realização de uma revisão bibliográfica e da análise de dois livros didáticos, foi possível observar que o conteúdo de funções trigonométricas é abordado de forma abstrata, superficial e rápida. Diante disto, a proposta deste trabalho foi aplicar uma sequencia didática sobre o conteúdo de funções trigonométricas a alunos de uma escola parceira do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID).

Buscou-se trabalhar a sequência de forma linear e clara, abordando inicialmente o conteúdo de seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico; em seguida definiram-se formalmente as funções trigonométricas e explorou-se a construção gráfica das mesmas.

As funções trigonométricas foram trabalhadas utilizando tabelas, gráficos e representações algébricas com o objetivo de levar o estudante à compreensão do gráfico, permitindo, assim, explorar os conceitos de domínio, contradomínio, imagem e periodicidade destas funções. Foi trabalhado também com a forma geral, como no caso da função cosseno representada por $f(x) = acos\ (bx + c)$.

Para dar suporte a sequência, foi utilizado o recurso do programa livre de matemática dinâmica Geogebra para a construção de animações que contribuíram muito para a concretização dos conceitos trabalhados.

Usando a linguagem C para resolver problemas de matemática

M. Leandro, UFPE, marlonleandro2000@yahoo.com.br

V. Gabriel, UFPE, ainho.br@hotmail.com

A. Meireles, UFPE, meireles@dmat.ufpe.br

Nosso objetivo é mostrar que, com vários exercícios, os alunos do Ensino Básico, em particular os do Ensino Médio, podem aprender a linguagem C e construir programas capazes de resolver alguns problemas básicos de matemática, como calcular raízes de equações do 1º e 2º graus, médias, volumes de poliedros, entre outros.

Este conjunto de atividades pode ser feito preferencialmente no 3º ano, após o término do programa curricular do ano, e assim o professor pode utilizar todo o conhecimento aprendido pelos alunos durante o Ensino Médio. A duração aproximada deste exercício é de um ou dois meses, dependendo da resposta da turma às atividades apresentadas.

Para desenvolver os programas, é necessário ensinar comandos básicos da linguagem C, que é bastante fácil de ser aprendida, e mostrar como montar os algoritmos com a ajuda do compilador, que é o programa de computador utilizado para esta tarefa. Para as atividades desenvolvidas, utilizamos o programa Dev-C++, disponível para download gratuitamente na internet.

A turma modelo onde aplicamos este projeto foi o 3º ano da Escola Estadual Martins Júnior, vinculada à Secretaria Estadual de Educação do Estado de Pernambuco e parceira do subprojeto PIBID Matemática - UFPE.

Uso do software GeoGebra no estudo de funções

J. C. Souza Junior, UNIFAL-MG, jose.souza@unifal-mg.edu.br

A. Cardoso, UNIFAL-MG, andreac74@uol.com.br

M.M. Sacramento, UNIFAL-MG, michelemacielsacramento@yahoo.com.br

H.M.P. Oliveira, UNIFAL-MG, helen.pedrosa@yahoo.com.br

Nas últimas décadas, o recurso tecnológico passou a receber maior destaque devido à demanda da sociedade moderna altamente tecnológica e também ao seu potencial pedagógico. Este trabalho apresenta a utilização do programa computacional GeoGebra em intervenções pedagógica para turmas de primeiro e segundo anos do ensino médio, sob a perspectiva da metodologia da experimentação e visualização.

A atividade consistiu no estudo de alguns tipos de funções reais de variável real como as funções linear, afim, quadrática e trigonométricas. No estudo das funções linear, afim e quadrática abordou-se o impacto da variação dos coeficientes na forma do gráfico e a relação destes coeficientes no estudo da monotonicidade, do sinal e da localização das raízes reais destas funções. Para o estudo das funções trigonométricas foram elaborados diversos objetos de aprendizagem que permitem a visualização da construção gráfica das funções e, em outro momento, possibilita a exploração da variação dos coeficientes a, b e c nas funções do tipo $f(x) = ag(bx) + c$, onde g representa qualquer uma das funções trigonométricas, de forma a levar ao entendimento dos conceitos de amplitude, frequência e translação.

O recurso computacional mostrou-se um forte aliado no processo de ensino-aprendizagem do conceito de função e na representação gráfica dos diversos tipos abordados neste trabalho.